



КГУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КГУ»)

**АКТУАЛИЗИРОВАНО**  
с изменениями  
Решением Ученого совета ИЦТЭ КГУ  
Протокол №7 от 24.03.2026

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИЦТЭ

\_\_\_\_\_ Э.И. Беляев

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.12.03 Теория вероятностей и математическая статистика

---

*(Код и наименование дисциплины в соответствии с РУП)*

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

*(Код и наименование направления подготовки)*

Квалификация

\_\_\_\_\_ Бакалавр \_\_\_\_\_

*(Бакалавр / Магистр)*

г. Казань, 2023

Программу разработал(и):

Наименование кафедры	Должность, уч.степень, уч.звание	ФИО разработчика
Цифровые системы и модели	доцент, к.ф.-м.н.	Носков Максим Игоревич
Цифровые системы и модели	доцент, к.ф.-м.н.	Григорян Тамара Анатольевна

Согласование	Наименование подразделения	Дата	№ протокола	Подпись
Одобрена	Цифровые системы и модели	19.05.2023	5	Зав.каф.,к.ф.-м.н., доц. Смирнов Ю. Н.
Согласована	Учебно-методический совет института	30.05.2023	7	Директор института, к.т.н., доц. Беляев Э.И.
Одобрена	Ученый совет института	30.05.2023	9	Директор института, к.т.н., доц. Беляев Э.И.

## 1. Цель, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование у обучающихся математических основ вероятностно-статистических методов и моделей, необходимых для решения теоретических, экспериментальных и прикладных задач профессиональной деятельности.

Задачами дисциплины являются:

- освоение фундаментальных понятий, теорем и законов теории вероятностей и математической статистики;
- приобретение знаний по методам решения вероятностно-статистических задач, анализа данных и интерпретации их с позиций практического применения;
- изучение методов анализа и моделирования экспериментальных исследований с использованием информационных технологий и программ для ЭВМ;
- приобретение умений выбора и использования методов и моделей теории вероятностей и математической статистики для решения задач в области профессиональной деятельности.

Компетенции и индикаторы, формируемые у обучающихся:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора
ОПК1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.3. Обладает навыками применения математического аппарата
	ОПК-1.5. Демонстрирует навыки применения методов корреляционного анализа и прогнозирования

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Предшествующие дисциплины (модули), практики, НИР, др.:

Математический анализ

Последующие дисциплины (модули), практики, НИР, др.:

Дискретная математика

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Структура дисциплины

Вид учебной работы	Всего ЗЕ	Всего часов	Семестр	
			2	3
ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ	6	216	72	144
КОНТАКТНАЯ РАБОТА	-	121	40	81

АУДИТОРНАЯ РАБОТА	37,88	104	36	68
Лекции	1,44	52	18	34
Практические (семинарские) занятия	1,44	52	18	34
Лабораторные работы	0	0	0	0
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ	3,11	112	36	76
Проработка учебного материала	2,11	76	36	40
Курсовой проект				
Курсовая работа				
Подготовка к промежуточной аттестации	1	36	0	36
Промежуточная аттестация:			3	Э

### 3.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и видам занятий

Разделы дисциплины	Всего часов	Распределение трудоемкости по видам учебной работы				Формы и вид контроля	Индексы индикаторов формируемых компетенций
		лекции	лаб. раб.	пр. зан.	сам. раб.		
Раздел 1. Случайные события	12			12	24	ТК1	ОПК-1.3
Раздел 2. Случайные величины	6			6	12	ТК2, ТК3	ОПК-1.3
Промежуточная аттестация						<b>3</b>	ОПК-1.3
<b>Итого за 2 семестр</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>0</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		

Разделы дисциплины	Всего часов	Распределение трудоемкости по видам учебной работы				Формы и вид контроля	Индексы индикаторов формируемых компетенций
		лекции	лаб. раб.	пр. зан.	сам. раб.		

Раздел 3. Законы распределения случайных величин		14		14	30	ТК1	ОПК-1.5
Раздел 4. Основы математической статистики		20		20	46	ТК2, ТК3	ОПК-1.5
Промежуточная аттестация						Э	ОПК-1.5
<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>14 4</b>	<b>34</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>76</b>		

### 3.3. Содержание дисциплины

#### Раздел 1. Случайные события.

Тема 1.1. Основные формулы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания

Тема 1.2. Случайное событие, действия над событиями. Пространство элементарных исходов. Классическое и геометрическое определения вероятности.

Тема 1.3. Теорема сложения. Условная вероятность. Теорема умножения. Парно независимые события. События независимые в совокупности. Пример Бернштейна.

Тема 1.4. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Тема 1.5. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число исходов. Приближенные формулы: формула Пуассона, локальная формула Муавра-Лапласа, интегральная формула Муавра-Лапласа.

#### Раздел 2. Случайные величины

Тема 2.1. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Функция распределения, ее свойства. Плотность вероятностей непрерывной случайной величины, ее свойства. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в интервал.

Тема 2.2 Числовые характеристики случайных величин и их свойства.

#### Раздел 3. Законы распределения случайных величин

Тема 3.1. Основные законы распределения дискретных случайных величин, их числовые характеристики.

Тема 3.2. Основные законы распределения непрерывных случайных величин и их числовые характеристики. Нормальное и стандартное нормальное распределение. Кривая Гаусса. Функция Лапласа, ее свойства. Связь между функцией распределения нормальной случайной величины и функцией распределения стандартной нормальной случайной величины. Правило «трех сигм».

Тема 3.3. Совместное распределение случайных величин, случайный вектор. Функция распределения случайного вектора, ее свойства. Плотность вероятностей случайного вектора. Восстановление распределения составляющих по функции

совместного распределения, по совместной функции плотности. Условные законы распределения. Совместное распределение нормально распределенных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции.

Тема 3.4. Неравенство Маркова, неравенство Чебышева. Закон больших чисел, центральная предельная теорема.

Тема 3.5. Квантиль, процентная точка, критическая точка. Законы распределения, основанные на нормальном законе: распределение Стьюдента, распределение «хи-квадрат», распределение Фишера.

## Раздел 4 Основы математической статистики

Тема 4.1. Выборка и генеральная совокупность. Вариационный ряд, крайние члены вариационного ряда, размах. Объем выборки, варианты, частоты и относительные частоты. Методы представления результатов наблюдений. Полигон, гистограмма, график накопленных частот. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения.

Тема 4.2. Точечные оценки параметров распределения. Несмещенные, состоятельные, эффективные оценки. Несмещенная оценка математического ожидания, несмещенная и смещенная оценки дисперсии, точечные оценки начальных и центральных моментов.

Тема 4.3. Методы построения точечных оценок. Метод моментов, метод максимального правдоподобия.

Тема 4.4. Регрессионный анализ. Выборочная ковариация, выборочный коэффициент корреляции. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии методом наименьших квадратов.

Тема 4.5. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал, доверительная вероятность (надежность), уровень значимости. Доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности, доверительный интервал для вероятности наступления события в схеме испытаний Бернулли.

Тема 4.6. Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы, критерий, статистика. Критическая область. Ошибки первого и второго рода. Критерии проверки гипотез для одной выборки: гипотезы о неизвестном среднем, гипотезы о неизвестной дисперсии, гипотеза о неизвестной вероятности наступления события в схеме испытаний Бернулли. Критерии проверки гипотез для двух независимых выборок: гипотезы о равенстве средних, о равенстве дисперсий, о равенстве вероятностей. Критерии проверки гипотез о неизвестном законе распределения генеральной совокупности, критерий согласия хи-квадрат Пирсона.

Тема 4.7. Моделирование случайных величин, метод Монте-Карло.

### 3.4. Тематический план практических занятий

Раздел 1. Случайные события.

1. Решение комбинаторных задач.
2. Классическое и геометрическое определения вероятности.
3. Теорема сложения, теорема умножения. Условная вероятность. Действия над событиями.

4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов.
6. Приближенные формулы: формула Пуассона, локальная формула Муавра-Лапласа, интегральная формула Муавра-Лапласа.

#### Раздел 2. Случайные величины.

7. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Функция распределения.
8. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятностей. Вероятность попадания случайной величины в интервал.
9. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин.

#### Раздел 3. Законы распределения случайных величин.

1. Основные законы распределения дискретных случайных величин, их числовые характеристики.
2. Основные законы распределения непрерывных случайных величин, их числовые характеристики.
3. Нормальное распределение. Стандартное нормальное распределение.
4. Совместное распределение дискретных случайных величин. Условное распределение. Распределение компонент случайного вектора.
5. Совместное распределение непрерывных случайных величин. Восстановление законов распределения компонент.
6. Ковариация, коэффициент корреляции.
7. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

#### Раздел 4. Основы математической статистики.

8. Представление результатов наблюдений. Полигон, гистограмма, график накопленных частот. Статистическое распределение выборки.
9. Числовые характеристики параметров распределения генеральной совокупности. Выборочное среднее, выборочные дисперсии и средние квадратические отклонения. Оценки начальных и центральных моментов, мода, медиана.
10. Построение точечных оценок параметров распределения. Метод моментов, метод максимального правдоподобия.
11. Выборочный коэффициент корреляции. Уравнение регрессии.
12. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и вероятности успеха.
13. Построение доверительных интервалов для дисперсии и следующего наблюдения.
14. Проверка гипотез о математическом ожидании и дисперсии для одной выборки.
15. Проверка гипотез для двух независимых выборок.
16. Проверка гипотез о неизвестном законе распределения генеральной совокупности.

17. Моделирование случайных величин методом Монте-Карло.

### 3.5. Тематический план лабораторных работ

не предусмотрен.

### 3.6. Курсовой проект /курсовая работа

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

## 4. Оценивание результатов обучения

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации, проводимых по балльной-рейтинговой системе (БРС).

Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Уровень сформированности индикатора компетенции			
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54
			Шкала оценивания			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
			зачтено			не зачтено
ОПК-1	ОПК-1.3	знать:				
		фундаментальные понятия, теоремы и законы теории вероятностей и математической статистики	знает в совершенстве	знает основные принципы	знает отдельные принципы	имеет представление
		уметь:				
		определять и анализировать характеристики случайных величин, понимать их физический смысл и возможности применения для оценки вероятност-	умеет в совершенстве	умеет с не критичными ошибками	допускает отдельные грубые ошибки	не может без посторонней помощи использовать

		ных событий				
		владеть:				
		Методами оценки неизвестных параметров распределения, методами проверки статистических гипотез для оценки вероятности случайных событий с заданной надежностью при решении инженерных задач	владеет в совершенстве	владеет отдельными навыками	владеет отдельными навыками с недочетами	не владеет без посторонней помощи

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Уровень сформированности индикатора компетенции			
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54
			Шкала оценивания			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
			зачтено			не зачтено
	ОПК-1.5	знать:				
		критерии оценки вероятности наступления возможных событий для расчета инженерных задач с минимальным риском	знает в совершенстве	знает основные принципы	знает отдельные принципы	имеет представление
		уметь:				

	применять современные методы компьютерной реализации вероятностных и статистических задач при решении профессиональных задач	умеет в совершенстве	умеет с не критичными ошибками	допускает отдельные грубые ошибки	не может без посторонней помощи использовать
	владеть:				
	методами корреляционного анализа по статистическим критериям и интерпретации результатов для инженерных задач	владеет в совершенстве	владеет отдельными навыками	владеет отдельными навыками с недочетами	не владеет без посторонней помощи

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Учебно-методическое обеспечение

#### 5.1.1. Основная литература

1. Пугачев, В.С.. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / В.С. Пугачев — Москва: Транспортная компания, 2017. — 496 с. — ISBN 978-5-4365-1551-9. — URL: <https://book.ru/book/922288>. — Текст: электронный.

2. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3. - Текст: непосредственный.

3. Чернова, Н. М. Основы теории вероятностей: учебное пособие / Н. М. Чернова. — 2-е изд. — Москва: ИНТУИТ, 2016. — 107 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/100350>.

4. Дерр, В. Я. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. Я. Дерр. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 596 с. — ISBN 978-5-8114-6515-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159475>.

#### 5.1.2.Дополнительная литература

1. Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика. Практикум для студентов технических и экономических специальностей вузов: учебное пособие для вузов / Б. А. Горлач, С. В. Подклетнова. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 116 с. — ISBN 978-5-8114-6736-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/162372>.

2. Свешников, А. А. Сборник задач по теории вероятностей, математиче-

ской статистике и теории случайных функций: учебное пособие / А. А. Свешников. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-0708-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211169>.

## 5.2. Информационное обеспечение

### 5.2.1. Электронные и интернет-ресурсы

№ п/п	Наименование электронных и интернет-ресурсов	Ссылка
1	ЭБС IBOOKS.RU	<a href="https://ibooks.ru">https://ibooks.ru</a>
2	ЭБС LANBOOK.COM	<a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>

### 5.2.2. Профессиональные базы данных / Информационно-справочные системы

№ п/п	Наименование профессиональных баз данных, информационно-справочных систем	Адрес	Режим доступа
1	Российская национальная библиотека	<a href="http://nlr.ru/">http://nlr.ru/</a>	<a href="http://nlr.ru/">http://nlr.ru/</a>
2	Общероссийский математический портал	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>
3	КиберЛенинка	В <a href="https://cyberleninka.ru/">https://cyberleninka.ru/</a>	В <a href="https://cyberleninka.ru/">https://cyberleninka.ru/</a>
4	Национальная электронная библиотека (НЭБ)	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>
5	Техническая библиотека	<a href="http://techlibrary.ru">http://techlibrary.ru</a>	<a href="http://techlibrary.ru">http://techlibrary.ru</a>

### 5.2.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение дисциплины

№ п/п	Наименование программного обеспечения	Способ распространения (лицензионное/свободно)	Реквизиты подтверждающих документов
1	Windows 7 Профессиональная (Pro)	Пользовательская операционная система	ЗАО "СофтЛайн-Трейд" №2011.25486 от 28.11.2011 Неискл. право. Бесп-

2	Office 365 ProPlus	Пакет программных продуктов содержащий в себе необходимые офисные программы	ООО "Софтлайн трейд" № Tr096148 от 29.09.2020 Не-искл. право. До
---	--------------------	---	--

## 6. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование вида учебной работы	Наименование учебной аудитории, специализированной лаборатории	Перечень необходимого оборудования и технических средств обучения
Лекции	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения, служащие для представления учебной информации большой аудитории (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), демонстрационное оборудование, учебно-наглядные пособия
Практические работы	Компьютерный класс с выходом в Интернет Д-418, Д-420, Д-424, Д-427	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения (мультимедийный проектор, моноблоки 25 ше.), лицензионное программное обеспечение
	Компьютерный класс с выходом в Интернет В-600а	Специализированная учебная мебель на 30 посадочных мест, 30 компьютеров, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), видеокамеры, программное обеспечение
Самостоятельная работа	Компьютерный класс с выходом в Интернет В-600а	Специализированная учебная мебель на 30 посадочных мест, 30 компьютеров, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), видеокамеры, программное обеспечение
	Читальный зал библиотеки	Специализированная мебель, компьютерная техника с возможностью выхода в Интернет и обеспечением доступа в ЭИОС, экран, мультимедийный проектор, программное обеспечение

## 7. Особенности организации образовательной деятельности для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Лица с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) и инвалиды имеют возможность беспрепятственно перемещаться из одного учебно-лабораторного

корпуса в другой, подняться на все этажи учебно-лабораторных корпусов, заниматься в учебных и иных помещениях с учетом особенностей психофизического развития и состояния здоровья.

Для обучения лиц с ОВЗ и инвалидов, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, обеспечены условия беспрепятственного доступа во все учебные помещения. Информация о специальных условиях, созданных для обучающихся с ОВЗ и инвалидов, размещена на сайте университета [www//kgeu.ru](http://www//kgeu.ru). Имеется возможность оказания технической помощи ассистентом, а также услуг сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушенным слухом справочного, учебного материала по дисциплине обеспечиваются следующие условия:

- для лучшей ориентации в аудитории, применяются сигналы оповещения о начале и конце занятия (слово «звонок» пишется на доске);
- внимание слабослышащего обучающегося привлекается педагогом жестом (на плечо кладется рука, осуществляется нерезкое похлопывание);
- разговаривая с обучающимся, педагогический работник смотрит на него, говорит ясно, короткими предложениями, обеспечивая возможность чтения по губам.

Компенсация затруднений речевого и интеллектуального развития слабослышащих обучающихся проводится путем:

- использования схем, диаграмм, рисунков, компьютерных презентаций с гиперссылками, комментирующими отдельные компоненты изображения;
- регулярного применения упражнений на графическое выделение существенных признаков предметов и явлений;
- обеспечения возможности для обучающегося получить адресную консультацию по электронной почте по мере необходимости.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушениями зрения справочного, учебного, просветительского материала, предусмотренного образовательной программой по выбранному направлению подготовки, обеспечиваются следующие условия:

- ведется адаптация официального сайта в сети Интернет с учетом особых потребностей инвалидов по зрению, обеспечивается наличие крупношрифтовой справочной информации о расписании учебных занятий;
- педагогический работник, его собеседник (при необходимости), присутствующие на занятии, представляются обучающимся, при этом каждый раз называется тот, к кому педагогический работник обращается;
- действия, жесты, перемещения педагогического работника коротко и ясно комментируются;
- печатная информация предоставляется крупным шрифтом (от 18 пунктов), тотально озвучивается;
- обеспечивается необходимый уровень освещенности помещений;
- предоставляется возможность использовать компьютеры во время занятий и право записи объяснений на диктофон (по желанию обучающихся).

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для обучаю-

щихся с ОВЗ и инвалидов определяется педагогическим работником в соответствии с учебным планом. При необходимости обучающемуся с ОВЗ, инвалиду с учетом их индивидуальных психофизических особенностей дается возможность пройти промежуточную аттестацию устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п., либо предоставляется дополнительное время для подготовки ответа.

## **8. Методические рекомендации для преподавателей по организации воспитательной работы с обучающимися.**

Методическое обеспечение процесса воспитания обучающихся выступает одним из определяющих факторов высокого качества образования. Преподаватель вуза, демонстрируя высокий профессионализм, эрудицию, четкую гражданскую позицию, самодисциплину, творческий подход в решении профессиональных задач, в ходе образовательного процесса способствует формированию гармоничной личности.

При реализации дисциплины преподаватель может использовать следующие методы воспитательной работы:

- методы формирования сознания личности (беседа, диспут, внушение, инструктаж, контроль, объяснение, пример, самоконтроль, рассказ, совет, убеждение и др.);

- методы организации деятельности и формирования опыта поведения (задание, общественное мнение, педагогическое требование, поручение, приучение, создание воспитывающих ситуаций, тренинг, упражнение, и др.);

- методы мотивации деятельности и поведения (одобрение, поощрение социальной активности, порицание, создание ситуаций успеха, создание ситуаций для эмоционально-нравственных переживаний, соревнование и др.)

При реализации дисциплины преподаватель должен учитывать следующие направления воспитательной деятельности:

*Гражданское и патриотическое воспитание:*

- формирование у обучающихся целостного мировоззрения, российской идентичности, уважения к своей семье, обществу, государству, принятым в семье и обществе духовно-нравственным и социокультурным ценностям, к национальному, культурному и историческому наследию, формирование стремления к его сохранению и развитию;

- формирование у обучающихся активной гражданской позиции, основанной на традиционных культурных, духовных и нравственных ценностях российского общества, для повышения способности ответственно реализовывать свои конституционные права и обязанности;

- развитие правовой и политической культуры обучающихся, расширение конструктивного участия в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах самоорганизации, самоуправления, общественно-значимой деятельности;

- формирование мотивов, нравственных и смысловых установок личности, позволяющих противостоять экстремизму, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам, межэтнической и

межконфессиональной нетерпимости, другим негативным социальным явлениям.

*Духовно-нравственное воспитание:*

- воспитание чувства достоинства, чести и честности, совестливости, уважения к родителям, учителям, людям старшего поколения;

- формирование принципов коллективизма и солидарности, духа милосердия и сострадания, привычки заботиться о людях, находящихся в трудной жизненной ситуации;

- формирование солидарности и чувства социальной ответственности по отношению к людям с ограниченными возможностями здоровья, преодоление психологических барьеров по отношению к людям с ограниченными возможностями;

- формирование эмоционально насыщенного и духовно возвышенного отношения к миру, способности и умения передавать другим свой эстетический опыт.

*Культурно-просветительское воспитание:*

- формирование эстетической картины мира;

- формирование уважения к культурным ценностям родного города, края, страны;

- повышение познавательной активности обучающихся.

*Научно-образовательное воспитание:*

- формирование у обучающихся научного мировоззрения;

- формирование умения получать знания;

- формирование навыков анализа и синтеза информации, в том числе в профессиональной области.

### Вносимые изменения и утверждения на новый учебный год

№ п/п	№ раздела внесения изменений	Дата внесения изменений	Содержание изменений	«Согласовано» Зав. каф. реализую- щей дисциплину	«Согласовано» председатель УМК института (факульте- та), в состав которого входит выпускающая кафедра)
1	2	3	4	5	6
1	3.2	24.02.2026	Изменилось распределение часов по разделам 1, 2, 3, 4 дисциплины.	зав. каф. ЦСМ Смирнов Ю. Н., прот. №2 от 26.02.2026	Директор ИЦТЭ Зайнуллин Р.Р., прот. №7 от 24.03.2026
2	3.3	24.02.2026	Изменилось содержание тем лекционных занятий по разделам 1, 2, 3, 4.	зав. каф. ЦСМ Смирнов Ю. Н., прот. №2 от 26.02.2026	Директор ИЦТЭ Зайнуллин Р.Р., прот. №7 от 24.03.2026
3	3.4	24.02.2026	Изменилось содержание практических занятий по разделам 1, 2, 3, 4	зав. каф. ЦСМ Смирнов Ю. Н., прот. №2 от 26.02.2026	Директор ИЦТЭ Зайнуллин Р.Р., прот. №7 от 24.03.2026
4	ОМ	24.02.2026	Изменилось содержание оценочных материалов к текущим контролям, а именно разделы 1. Технологическая карта, 2. Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, 3. Перечень оценочных средств, 4. Перечень контрольных заданий или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины	зав. каф. ЦСМ Смирнов Ю. Н., прот. №2 от 26.02.2026	Директор ИЦТЭ Зайнуллин Р.Р., прот. №7 от 24.03.2026



**К Г Э У**

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)**

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
по дисциплине**

**Б1.О.12.03 Теория вероятностей и математическая статистика**

---

*(Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)*

г. Казань, 2023

Оценочные материалы по дисциплине, предназначены для оценивания результатов обучения на соответствие индикаторам достижения компетенций.

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в рамках текущего контроля (ТК) и промежуточной аттестации, проводимых по балльно-рейтинговой системе (БРС).

### 1. Технологическая карта

#### Семестр 2

Наименование раздела	Формы и вид контроля	Рейтинговые показатели							
		I текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК1	II текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК2	III текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК3	Итого	Промежуточная аттестация
Раздел 1. Случайные события	<b>ТК1</b>	10	5					<b>10-15</b>	
Тест		10							
Раздел 2. Случайные величины	<b>ТК2, ТК3</b>			10	5	25	5	<b>35-45</b>	
Тест				10					
Контрольная работа						25			
<b>Промежуточная аттестация (зачет)</b>	<b>ОМ1</b>								<b>0-40</b>
Задание промежуточной аттестации									0-30
В устной форме									0-10

#### Семестр 3

Наименование раздела	Формы и вид контроля	Рейтинговые показатели						
		I текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК1	II текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК2	III текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК3	Итого

Раздел 3. Законы распределения случайных величин	<b>ТК1</b>	15	5					<b>15-20</b>	
Тест		5							
Контрольная работа 1		10							
Раздел 4. Основы математической статистики	<b>ТК2, ТК3</b>			15	5	15	5	<b>30-40</b>	
Контрольная работа 2				15					
Контрольная работа 3						15			
<b>Промежуточная аттестация (экзамен)</b>	<b>ОМ2</b>								<b>0-40</b>
В письменной форме по билетам									0-40

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации

### Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Уровень сформированности индикатора компетенции			
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54
			Шкала оценивания			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
			зачтено			не зачтено
ОПК-1	ОПК-1.3	знать:				
		фундаментальные понятия, теоремы и законы теории вероятностей и математической статистики	знает в совершенстве	знает основные принципы	знает отдельные принципы	имеет представление
		уметь:				

		определять и анализировать характеристики случайных величин, понимать их физический смысл и возможности применения для оценки вероятностных событий	умеет в совершенстве	умеет с не критичными ошибками	допускает отдельные грубые ошибки	не может без посторонней помощи использовать
		владеть:				
		методами оценки параметров распределения, методами проверки статистических гипотез для оценки вероятности случайных событий с заданной надежностью при решении инженерных задач	владеет в совершенстве	владеет отдельными навыками	владеет отдельными навыками с недочетами	не владеет без посторонней помощи

Оценка **«отлично»** выставляется за владение в полной мере понятийным аппаратом дисциплины, способность иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения типовых задач и практических заданий более высокого уровня сложности.

Оценка **«хорошо»** выставляется за владение понятийным аппаратом дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, применять теоретические знания при решении типовых задач, допускает незначительные ошибки при решении практических заданий более высокого уровня сложности.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется за частичное владение теоретическими основами дисциплины, фрагментарную способность иллюстрировать ответ примерами, фактами, в ряде случаев затрудняется применять теоретические знания при решении типовых задач, не всегда способен решить практические задания более высокого уровня сложности.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется за не соответствие любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при решении типовых расчетных задач либо не имеет представления о способе их решения.

### 3. Перечень оценочных средств

Краткая характеристика оценочных средств, используемых при текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине:

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Описание оценочного средства
Контрольная работа (Кнтр)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
Тест (Тест)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Комплект тестовых заданий

**4. Перечень контрольных заданий или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины**

**2 семестр**

**Для текущего контроля ТК1.**

Тест

1. Сколько есть способов расставить 5 томов энциклопедии на полке?
2. Десять человек обмениваются рукопожатиями. Сколько всего рукопожатий будет сделано?
3. Сколькими способами можно вытащить две карты пиковой масти из колоды в 36 карт?
4. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составляются всевозможные пятизначные числа, не содержащие одинаковые цифры. Определите количество чисел, в которых есть цифры 2, 4 и 5 одновременно.
5. Из ящика, в котором лежат 10 красных и 5 зеленых яблок, выбирают одно красное и два зеленых. Сколькими способами это можно сделать?
6. Автомобильный номер состоит из 3 букв и 3 цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?
7. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что хотя бы на одной кости выпадет единица?  
 $10/36$   
 $11/36$   
 $1/6$   
 $10/6$
8. В мешке находится шесть кубиков, на каждом написано число от 1 до 6. Наудачу по очереди, один за другим, извлекают все кубики. Какова вероятность того, что кубики появятся в возрастающем порядке?  
 $1/6$   
 $1/6!$   
 $1/120$

1/100

9. Из колоды в 36 карт выбирают три карты. Какова вероятность, что это будут тройка, семерка, туз?
10. В корзине 10 шаров, из которых 2 черного цвета, 3 белого цвета и 5 зеленого цвета. Наудачу выбирают 2 шарика. Какова вероятность того, что это будут один белый и один зеленый шарики?

### Для текущего контроля ТК2.

Тест

1. В лаборатории имеется 10 компьютеров. Каждый может выйти из строя за год с вероятностью 0,15. Какова вероятность того, что за год выйдут из строя ровно 4 компьютера? Ответ запишите в виде десятичной дроби.
2. Игральную кость бросают 200 раз, найдите наивероятнейшее число выпадения шестерки.
3. В первом ящике 5 шариков, из них 3 белых. Во втором ящике 10 шаров, из них 3 белых. Наудачу выбирают ящик и из него выбирают один шар. Какова вероятность того, что выбран белый шар?
4. Три человека делают по одному броску дротика. Вероятность попадания в десятку для первого человека равна 0,7, для второго – 0,5, для третьего – 0,9. Какова вероятность того, что в десятку попадут два дротика?
5. Три человека делают по одному броску дротика. Вероятность попадания в десятку для первого человека равна 0,7, для второго – 0,5, для третьего – 0,9. Какова вероятность того, что в десятку попадет хотя бы один дротик?

### Для текущего контроля ТК3.

Контрольная работа.

Вариант 1.

1. Устройство состоит из 3 элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время  $t$ ) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0.6, 0.7, 0.8. Найти вероятность того, что за время  $t$  безотказно будут работать только два элемента.
2. Фирма купила 25 компьютеров. Вероятность того, что компьютер окажется неисправным, равна 0,15. Какова вероятность того, что фирма вернет 3 компьютера по гарантии?
3. Если в среднем левши составляют 1%, какова вероятность того, что среди 200 человек окажется четверо левшей? Какова вероятность среди 200 человек обнаружить не менее 4 левшей?
4. Случайная величина задана рядом распределения. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma$ .

X	2	8	12	16
P	0.10	0.30	0.50	0.10

Найти функцию распределения  $F_X(x)$  и построить ее график.

5. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения  $f(x)$ . Требуется найти функцию распределения  $F_X(x)$ , математическое ожидание и дисперсию.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ и } x > 1; \\ \frac{3}{2}\sqrt{x}, & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 5 дорог. Известно, что для различных дорог вероятности выхода из леса за час соответственно равны: 0.6, 0.3, 0.2, 0.1, 0.1. Определить вероятность того, что заблудившийся пошел по первой дороге, если известно, что он вышел из леса через час.

2. В некотором семействе 8 детей. Вероятность рождения мальчика или девочки равна 0,5. Найти вероятность того, что имеется 4 мальчика и 4 девочки.

3. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,001. Какова вероятность попадания в цель двух пуль и более, если число выстрелов равно 5000?

4. Случайная величина задана рядом распределения. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma$ .

X	2	3	5	6
P	0.15	0.25	0.50	0.10

Найти функцию распределения  $F_X(x)$  и построить ее график.

5. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения  $f(x)$ . Требуется найти функцию распределения  $F_X(x)$ , математическое ожидание и дисперсию.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ и } x > 3; \\ \frac{x^2}{9}, & 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

### 3 семестр

#### Для текущего контроля ТК1.

##### Тест

1. Случайная величина распределена по закону Пуассона с параметром  $\lambda = 3$ . Чему равна дисперсия данной случайной величины?

2. Случайная величина  $X$  распределена по биномиальному закону  $X \sim B_{100;0,2}$ . Чему равна дисперсия случайной величины  $X$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

3. Случайная величина  $X$  распределена по биномиальному закону  $X \sim B_{100;0,2}$ . Чему равно математическое ожидание случайной величины  $X$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

4. Случайная величина  $X$  распределена по биномиальному закону  $X \sim B_{100;0,2}$ . Чему равна дисперсия случайной величины  $Y = 5X + 1$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

5. Случайная величина  $X$  распределена по биномиальному закону  $X \sim B_{100;0,2}$ . Чему равно математическое ожидание случайной величины  $Y = 5X + 1$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

6. Случайная величина  $X \sim G_{0,4}$ . Чему равно математическое ожидание случайной величины  $X$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.
7. Случайная величина  $X \sim G_{0,4}$ . Чему равна дисперсия случайной величины  $X$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.
8. Случайная величина  $X \sim G_{0,4}$ . Чему равно математическое ожидание случайной величины  $Y = 4X - 2$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.
9. Случайная величина  $X \sim G_{0,4}$ . Чему равна дисперсия случайной величины  $Y = 2X$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.
10. Случайная величина  $X \sim U_{0,4}$ . Чему равна дисперсия случайной величины  $X$ ? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

### Контрольная работа

#### Вариант 1.

1. Правильная монета подбрасывается три раза. Найдите ковариацию числа решек, выпавших при первых двух подбрасываниях, и общего числа гербов при трех подбрасываниях.
2. Случайные величины  $\xi \in B_{4, \frac{1}{2}}$  и  $\eta \in N_{1,4}$  независимы. Найдите коэффициент корреляции случайных величин  $2\xi - 3\eta$  и  $\xi + \eta$ .
3. На отрезок длиной 1 км брошены независимо друг от друга 1600 точек. На отметке 700 метров стоит наблюдатель и смотрит вправо, подсчитывая количество точек, попавших на участок от него до отметки 1 км. Укажите границы, в которых с вероятностью 90% лежит число точек, посчитанных наблюдателем.

#### Вариант 2.

1. Бросают две правильных игральных кости. Найдите ковариацию суммы очков на двух костях и числа шестерок, выпавших на второй кости.
2. Случайные величины  $\xi \in E_{\frac{1}{4}}$  и  $\eta \in B_{3, \frac{1}{3}}$  независимы. Найдите коэффициент корреляции случайных величин  $\xi - \eta$  и  $\xi + 2\eta$ .
3. Урожай пшеницы (в центнерах) на каждом из засеянных 3600 гектаров – случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке  $[18; 22]$ . Используя ЦПТ, найдите границы, в которых с вероятностью 95% лежит общий урожай пшеницы.

### Для текущего контроля ТК2.

#### Контрольная работа

#### Вариант 1.

1. По данным выборки постройте статистическое распределение, гистограмму частот и график накопленных частот. Вычислите несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии:

2,8	3,1	1,3	4,7	3,1	4	1	2,3	5,1	4,8
4	10	2,4	10,8	3,2	4	6,1	8	10,5	11

3,1	10,3	4,5	11,6	9	12	9,6	9,5	3,6	14
15,4	11	2,1	5,9	3,2	2,8	4,7	7,1	6,2	8,1
15,1	7,5	14	6,9	2,9	9,1	9,8	8,2	8,6	13

2. Число опечаток в тексте имеет распределение Пуассона с параметром  $\lambda$ . Оцените методом моментов параметр  $\lambda$ , на основе имеющихся данных. В таблице представлены данные о числе опечаток в тексте на основе анализа 100 текстов.

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	57	23	10	3	3	1

Оцените долю текстов, в которых нет ни одной опечатки на основе полученной оценки и по таблице.

3. В таблице приведены данные о количестве часов в неделю, которые студенты тратят на обучение и итоговые оценки по предмету. Методом наименьших квадратов постройте уравнение регрессии для определения итоговой оценки по предмету в зависимости от количества затраченных часов на обучение, вычислите выборочный коэффициент корреляции:

Часы	Балл	Часы	Балл	Часы	Балл	Часы	Балл	Часы	Балл
2.5	21	1.1	17	1.5	20	7.7	85	8.9	95
5.1	47	3.5	30	9.2	88	5.9	62	2.5	30
3.2	27	8.3	81	5.5	60	4.5	41	1.9	24
8.5	75	7.4	69	8.3	81	3.3	42	6.1	67

Вариант 2.

1. По данным выборки постройте статистическое распределение, гистограмму частот и график накопленных частот. Вычислите несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии:

7.4	6.6	1.9	6.6	10	10	9.4	5.8	10	10
4.1	8.2	5.5	8.4	0.9	4.9	6.7	3	3.8	3.2
9.9	3.4	2.3	4.1	2.7	8.2	4.1	5.2	5.2	7.1
5.5	5.5	3	0	10	7.7	5.4	4.1	7.2	6.6
1.1	6.2	6	7	9	7.1	5.2	4.8	0.7	0.2

2. Автобус приезжает на остановку с интервалом  $T$  минут. Пассажир фиксировал время ожидания автобуса (в минутах) в течение 20 дней. По имеющимся результатам наблюдений методом моментов оцените параметр  $T$ .

0,9	1,4	2,1	2,0	3,1	3,5	4,1	3,8	1,9	2,7
2,5	1,1	5,0	4,7	3,9	4,0	2,0	1,0	0,5	1,0

Оцените вероятность того, что пришедшему на остановку пассажиру придется ожидать не более 4 минут.

3. В таблице приведены данные о ежедневном доходе в у.е. от продажи мороженого и соответствующей средней внешней температуры воздуха. Методом наименьших квадратов постройте уравнение линейной регрессии для опреде-

ления ежедневного дохода в зависимости от внешней температуры воздуха и вычислите выборочный коэффициент корреляции.

Температура	Доход	Температура	Доход	Температура	Доход
24	535	11	326	21	535
26	625	4	71	25	612
28	661	19	467	15	353
20	488	14	290	23	524
11	316	39	906	16	374

### Для текущего контроля ТКЗ.

Контрольная работа

Вариант 1.

1. В таблице приведены данные о размерах ежегодных взносов на медицинскую страховку среди курящих граждан в возрасте от 30 до 35 лет. Постройте 95% доверительный интервал для среднего страхового взноса (для упрощения вычислений переведите в тыс. у.е. и округлите до одного знака после запятой).

Возраст	Пол	Страховой взнос
30	м	36837
34	ж	37701
31	м	38711
35	м	39774
32	ж	32734
34	м	18972
30	м	20745
30	м	36950
35	м	20984
31	м	38746

2. В таблице приведены по годовой заработной плате среди специалистов, окончивших колледж и среднюю школу. На уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу о том, что средние заработные платы совпадают (для упрощения вычислений переведите в тыс. у.е. и округлите до одного знака после запятой).

Средняя школа	Колледж	Средняя школа	Колледж
68974	57364	52687	65880
63728	56543	84265	73652
50078	82047	50248	59329
52113	89734	89368	75645
69239	88846	68167	61769
51917	46390	43384	72022
58652	87667	64682	51426

64039	70152	49063	71828
62391	72536	60404	68788
70179	83756	52021	54880

3. В таблице приведены данные о цене ноутбуков на базе процессоров Intel Core i7 11-го поколения, 16GB RAM, SSD 512GB. На уровне значимости 5% проверьте гипотезу о том, что средняя цена за ноутбук составляет 95000 у.е. (переведите в тыс. у.е., округлите до одного знака после запятой).

Производитель	Цена	Производитель	Цена
Lenovo	85990	DELL	99990
Lenovo	99990	ASUS	94990
HP	93190	HP	104000
ASUS	94990	MSI	76990
Lenovo	84990	HP	90190
HP	102990	MSI	86990

Вариант 2.

1. В таблице содержится информация о цене акций Аэрофлота за 10 недель. Необходимо сделать прогноз цены акции на 11-ую неделю. С надежностью 95%.

Дата	Цена
01.08.2022	26.6800000
08.08.2022	27.1400000
15.08.2022	27.7600000
22.08.2022	28.7600000
29.08.2022	30.6000000
05.09.2022	32.8400000
12.09.2022	29.1000000
19.09.2022	25.3400000
26.09.2022	22.7200000
03.10.2022	22.2800000

2. В таблице приведены по годовой заработной плате среди специалистов, получивших магистерскую степень и степень бакалавра. На уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу о том, что средние заработные платы совпадают (для упрощения вычислений переведите в тыс. у.е. и округлите до одного знака после запятой).

Магистр	Бакалавр	Магистр	Бакалавр
91178	102741	85883	70454
84474	75686	84720	87107
90677	83394	87517	48266
96281	64362	97789	78028

87878	59035	110514	66927
94537	80024	109654	74939
85878	95449	89924	73979
72474	102696	100428	82445
77473	74655	80609	107584
90072	93113	58603	89105

3. В таблице приведены данные о цене ноутбуков на базе процессоров Intel Core i7 11-го поколения, 16GB RAM, SSD 512GB. На уровне значимости 5% проверьте гипотезу о том, что средняя цена за ноутбук составляет 95000у.е. (переведите в тыс. у.е., округлите до одного знака после запятой).

Производитель	Цена	Производитель	Цена
Lenovo	85990	HP	90190
HP	93190	MSI	86990
ASUS	94990	MSI	64990
Lenovo	84990	HP	99999
HP	102990	ASUS	109990
DELL	99990	ASUS	94990
ASUS	94990	DELL	99990
MSI	76990	ACER	92990

**Для промежуточной аттестации.**

**Контрольные вопросы к зачету.**

**Элементы комбинаторики**

Формулы для вычисления числа размещений, сочетаний, перестановок (с повторением и без повторения). Теорема о перемножении шансов.

**Случайные события. Вероятность события**

Пространство элементарных событий. Достоверное, невозможное события. Несовместные, попарно несовместные события. Операции над событиями.

Определения вероятности: статистическое, классическое, геометрическое. Свойства вероятности.

Условная вероятность. Определение независимых событий, попарно независимых и независимых в совокупности. Теорема умножения. Вероятность появления хотя бы одного события (теорема). Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов. Номер первого успешного испытания. Независимые испытания с несколькими исходами. Приближенные формулы для вычисления вероятности в схеме испытаний Бернулли (формула Пуассона, локальная формула Муавра-Лапласа, интегральная формула Муавра-Лапласа, в каких случаях применяются эти формулы).

**Случайные величины**

Дискретные, непрерывные случайные величины. Распределение случайных величин. Функция распределения дискретной и непрерывной случайных

величин. Свойства функции распределения. Формула для вычисления вероятности попадания случайной величины в интервал. Плотность вероятностей непрерывной случайной величины. Свойства плотности.

### **Основные числовые характеристики случайных величин**

Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Моменты старших порядков (начальные и центральные моменты). Дисперсия. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение. Формулы для вычисления математического ожидания и дисперсии для дискретных и непрерывных случайных величин.

### **Контрольные вопросы к экзамену.**

#### **Случайные величины**

Дискретная и непрерывная случайные величины (ДСВ и НСВ), закон распределения ДСВ и НСВ. Функция распределения, ее свойства. Плотность, ее свойства. Математическое ожидание, дисперсия, формулы для вычисления и свойства.

Основные распределения дискретных случайных величин (распределение Бернулли, биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона). Основные распределения непрерывных случайных величин (равномерное распределение, показательное, нормальное и стандартное нормальное распределения). Функция Лапласа. Связь между функцией нормального распределения  $\Phi, \sigma^2(x)$  и функцией стандартного нормального распределения  $\Phi_{0,1}(x)$  (доказательство). Правило «трех сигм». Вычисление вероятности  $P(\alpha \leq X \leq \beta)$ .

#### **ЗБЧ и ЦПТ**

Сходимость по вероятности. Неравенство Чебышева (различные формулировки), закон больших чисел, центральная предельная теорема.

#### **Распределения на основе нормального**

Квантиль уровня  $p$ . Распределение  $\chi^2$ , распределение Стьюдента, распределение Фишера.

#### **Точечные и интервальные оценки**

Точечные оценки параметров распределения. Несмещенная, состоятельная и эффективная оценки. Выборочное среднее, выборочная дисперсия и исправленная выборочная дисперсия. Соответствующие средние квадратические отклонения. Формулы для вычисления данных числовых характеристик необходимо знать наизусть! Доверительный интервал. Доверительная вероятность (надежность). Уровень значимости. Построение доверительного интервала для математического ожидания при известной дисперсии и при неизвестной дисперсии, необходимо понимать, в каком случае, мы используем в расчетах исправленную дисперсию и в каком случае неисправленную. Также необходимо понимать, когда мы используем критические точки нормального распределения, а в каком случае критические точки распределения Стьюдента.

Построение доверительного интервала для дисперсии при известном математическом ожидании и при неизвестном математическом ожидании. Необходимо понимать в чем разница в этих двух случаях и как находить критиче-

ские точки распределения  $\chi^2$ .

Построение доверительного интервала для  $(n+1)$ -го наблюдения.

Построение доверительного интервала для неизвестной вероятности в схеме испытаний Бернулли.

Выборочная ковариация, свойства ковариации. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства. Метод наименьших квадратов, необходимо уметь объяснить суть метода. Построение линейной регрессии методом наименьших квадратов, формулы для вычисления коэффициентов регрессии.

### **Проверка статистических гипотез**

Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Критическая область.

Проверка гипотезы о равенстве среднего некоторому значению при известной дисперсии и при неизвестной дисперсии. Необходимо уметь применять нужные формулы, проводить необходимые расчеты и находить значение критических точек соответствующего распределения. Проверка гипотезы о неизвестной дисперсии. Проверка гипотезы о неизвестной вероятности «успеха».

Проверка гипотез для двух независимых выборок. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух выборок, проверка гипотезы о равенстве средних при неизвестных равных дисперсиях, критерий Уэлча, проверка гипотезы о равенстве средних при известных дисперсиях. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в двух сериях испытаний. Необходимо уметь применять соответствующие формулы, производить необходимые расчеты и пользоваться таблицей критических значений соответствующего распределения.

### **Пример задач на экзамене.**

Билет №1

1. Доверительный интервал. Надежность. Уровень значимости.
2. Случайные величины  $\xi \in B_{4, \frac{1}{2}}$  и  $\eta \in N_{1,4}$  независимы. Найдите коэффициент корреляции случайных величин  $2\xi - 3\eta$  и  $\xi + \eta$ .
3. В таблице приведены данные о количестве часов в неделю, которые студенты тратят на обучение и итоговые оценки по предмету. Методом наименьших квадратов постройте уравнение регрессии для определения итоговой оценки по предмету в зависимости от количества затраченных часов на обучение.

Часы	Балл	Часы	Балл	Часы	Балл	Часы	Балл	Часы	Балл
2.5	21	1.5	20	7.7	85	8.9	95	2.7	30
5.1	47	9.2	88	5.9	62	2.5	30	4.8	54

4. В таблице приведены данные о страховых взносах жителей в возрасте от 30 до 35 лет. Выясните на уровне значимости 0,05, зависит ли размер страховки от количества детей.

Возраст	Количество детей	Сумма	Возраст	Количество детей	Сумма
30	1	4.15	31	2	4.95
31	1	4.44	34	2	5.99
34	1	5.00	35	2	5.73
35	1	5.13	34	2	27.38
35	1	5.25	32	2	5.15
34	1	5.00	31	2	4.46
34	1	5.01	33	2	4.89
33	1	5.35	35	2	5.85
30	1	4.24	32	2	4.69
30	1	4.15	31	2	4.93

Билет №2

1. Точечные оценки параметров распределения. Несмещенные оценки.
2. Случайные величины  $\xi \in E_{\frac{1}{4}}$  и  $\eta \in B_{3, \frac{1}{3}}$  независимы. Найдите коэффициент корреляции случайных величин  $\xi - \eta$  и  $\xi + 2\eta$ .
3. В таблице приведены данные о стаже работы (в годах) на предприятии и средней заработной плате. Методом наименьших квадратов постройте уравнение линейной регрессии для определения средней заработной платы в зависимости от стажа работы.

Опыт работы (в годах)	Зарплата	Опыт работы (в годах)	Зарплата	Опыт работы (в годах)	Зарплата
1.1	39.3	3.9	63.2	6.8	91.7
1.3	46.2	4.0	55.8	7.1	98.3
1.5	37.7	4.0	57.0	7.9	101.3
2.0	43.5	4.1	57.0	8.2	113.8
2.2	39.9	4.5	61.1	8.7	109.4

4. В таблице приведены данные о страховых взносах жителей. Выясните на уровне значимости 0,05, зависит ли размер страховки от возрастной категории: 30-35 лет и 40-45 лет.

Возраст	Пол	Сумма	Возраст	Пол	Сумма
30	ж	61.50	41	м	62.72
31	м	64.41	40	м	63.89
34	ж	67.04	40	ж	70.77
35	м	51.25	41	ж	67.76
35	ж	52.46	40	м	66.10
34	ж	50.03	41	ж	73.58
34	ж	68.12	42	ж	74.44
33	ж	53.54	44	м	71.53
30	м	62.37	45	м	74.41
30	ж	41.51	40	м	66.00