

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Казанский государственный энергетический университет»

На правах рукописи



Уткин Максим Олегович

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООТВОДА ОТ
ПОДЗЕМНЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ
ГРУНТОВЫХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ**

2.4.6 Теоретическая и прикладная теплотехника

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:
Доктор технических наук
Дмитриев Андрей Владимирович

Казань, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Глава 1. Литературный обзор. Характеристика проблемы и постановка задачи диссертации.....	12
1.1 Обзор проблем сельского хозяйства в условиях рискованного землепользования.....	12
1.2 Виды и типы источников низкопотенциального тепла.....	13
1.3 Методы расчета теплового потока от заглубленной трубы в грунте	18
1.4 Использование низкопотенциального тепла в тепличном овощеводстве	39
Глава 2. Математическое моделирование теплоотвода в грунте.....	45
2.1 Приближённо-аналитическое решение для теплоотвода от сферического тела в грунте.....	45
2.2 Приближённо-аналитическое решение для теплоотвода от одиночной трубы в грунте.....	54
2.3 Приближённо-аналитическое решение для теплоотвода от ряда труб в грунте	64
Глава 3. Математическое моделирование тепловых процессов в грунте для одиночной трубы.....	88
3.1 Математическое моделирование тепловых процессов в грунте для одиночной трубы в программном комплексе ANSYS	88
Глава 4. Экспериментальные исследования теплораспределения в грунте для одиночно проложенной трубы.....	99
4.1 Общее описание проведенного эксперимента	99
4.2 Описание экспериментальной установки.....	100
4.3 Проведение эксперимента по изучению теплораспределения в грунте для одиночной трубы.....	117
4.4 Вывод по результатам проведения эксперимента	140
Глава 5. Инженерные изыскания по отоплению теплицы	141
5.1 Концепция обогрева почвы подземным трубопроводом.....	141
5.2 Расчет теплораспределения в грунте для тепличного хозяйства.....	141

5.3 Модернизация типового решения для тепличного хозяйства согласно полученным результатам расчета.....	151
5.4 Оценка стоимости реализации проекта	154
Заключение	157
Приложение 1	159
Приложение 2	164
Приложение 3	165
Список сокращений и условных обозначений	167
Библиографический список.....	168

Введение

Актуальность работы обусловлена активным развитием подземных инженерных систем, таких как трубопроводы теплоснабжения, геотермальные контуры тепловых насосов, кабельные линии и системы аккумулирования тепловой энергии, для которых грунт выступает естественным теплоаккумулятором и средой рассеивания тепловых потоков. Надежное и энергоэффективное проектирование таких объектов требует достоверного прогнозирования стационарных температурных полей в грунте от одиночных и групповых источников сферической или цилиндрической геометрии, что напрямую определяет рациональную глубину заложения и шаг прокладки коммуникаций. Существующие подходы к расчету теплоотвода имеют некоторые ограничения. Несмотря на развитие численного моделирования, достижение сеточной независимости для полуограниченного массива грунта требует расширения расчетной области, что делает такие методы вычислительно затратными и малоприменимыми для инженерного проектирования. Отсутствие научно обоснованных рекомендаций по выбору рациональных границ моделируемого массива и оценке погрешности вычислений обуславливает необходимость разработки простых, достоверных и верифицированных приближенно-аналитических методов расчета стационарного теплоотвода в грунте.

Степень научной разработанности проблемы. Решением задачи стационарных тепловых процессов для систем теплоотвода от одиночных и групповых источников в разные годы занимались Г. Карслоу, Д. Егер А.Ю. Крайнов, П.Я. Полубаринова-Кочина, В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел, Н.Д. Якимов, А.Б. Гаряев, В.В. Бухмиров и другие отечественные и зарубежные ученые. Большое количество работ посвящено изучению теплообмена при передаче тепла от тела к окружающей среде. Однако, имеется недостаток научно обоснованных рекомендаций по выбору геометрических параметров расчетной области, оценке погрешности вычислений математического моделирования при расчете теплораспределения в грунте. Обозначенные выше практические и

теоретические проблемы позволили сформулировать цель и задачи настоящего исследования.

Объектом исследования являются тепловые процессы в грунте, возникающие при отводе теплоты от сферических тел и цилиндрических труб, расположенных под поверхностью земли.

Предметом исследования являются закономерности стационарного теплопереноса в однородном грунте от заглубленных изотермических источников сферической и цилиндрической формы, включая взаимное тепловое влияние параллельных труб, влияние конвективного теплообмена на поверхности грунта и зависимости теплового потока и температурного поля от геометрических и теплофизических параметров системы.

Цель работы и основные задачи исследования. Целью работы является разработка, теоретическое обоснование и проверка комплекса приближенно-аналитических моделей и инженерных методов расчета стационарного теплоотвода в грунте от заглубленного сферического тела, одиночной горизонтальной трубы и периодического ряда параллельных труб с учетом конвективного теплообмена на поверхности грунта, взаимного влияния источников и погрешности принятых приближений.

Задачи исследования:

1. Провести анализ существующих аналитических, численных и инженерных методов расчета стационарных температурных полей и тепловых потоков от заглубленных источников и определить ограничения их применения.
2. Получить приближенно-аналитическое решение задачи стационарного теплоотвода от изотермического сферического тела в полуограниченном массиве грунта при конвективном теплообмене на его поверхности.
3. Получить аналитические зависимости для расчета теплового потока, температурного поля и температуры на поверхности грунта при теплоотводе от одиночной горизонтальной цилиндрической трубы.

4. Получить аналитические зависимости для расчета теплового потока от периодического ряда параллельных труб с учетом их взаимного теплового влияния, определить положение эквивалентного линейного источника и зависимости теплоотвода от радиуса, глубины заложения и шага труб.
5. Разработать способы оценки погрешности замены граничного условия III рода эквивалентным слоем грунта и замены реальных поверхностей источников эквивалентными источниками.
6. Разработать алгоритмы и программу для инженерного расчета, а также апробировать предложенную методику на примере подземного трубопровода системы обогрева теплицы и оценить технико-экономический эффект решения.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использовались методы физического и математического моделирования стационарной теплопроводности; решение уравнения Лапласа для избыточной температуры при граничных условиях I и III рода; зеркальных отображений и суперпозиции; аналитические преобразования с применением гиперболических функций; решение нелинейных алгебраических уравнений; оценка погрешности приближенных решений. Численное моделирование выполнялось методом конечных объемов в ANSYS Fluent. Экспериментальная проверка включала многоточечную контактную термометрию, тепловизионную съемку, измерение влажности и косвенное определение плотности грунта с последующим сопоставлением расчетных и экспериментальных температурных зависимостей.

Научная новизна работы:

1. Получено и теоретически обосновано приближенно-аналитическое решение задачи стационарного теплоотвода от изотермического сферического тела в полуограниченном массиве грунта, учитывающее конвективный теплообмен на поверхности посредством эквивалентного слоя и позволяющее рассчитывать температурное поле, суммарный тепловой поток и погрешность принятого приближения.

2. Разработано аналитическое описание теплоотвода от одиночной горизонтальной цилиндрической трубы. Установлена связь между фактической глубиной заложения трубы и положением эквивалентного линейного источника, получены зависимости для теплового потока, температурного поля и температуры на поверхности грунта.
3. Получено приближенно-аналитическое решение для периодического ряда параллельных труб, учитывающее их взаимное тепловое влияние. Выведена зависимость для расчета теплового потока и распределения температуры и плотности теплового потока на поверхности грунта.
4. Установлены зависимости погрешности от безразмерных геометрических параметров и числа Био, а корректность полученных соотношений подтверждена анализом предельных переходов к частным расчетным случаям.
5. Получены экспериментальные данные о формировании температурного поля вокруг одиночной нагретой трубы в сухом и увлажненном грунте. Подтверждена применимость разработанного аналитического описания к воспроизведенным лабораторным условиям.

Достоверность и обоснованность научных результатов и выводов достигается путем сочетания математического моделирования и физического эксперимента. Достоверность научных положений, теоретических выводов и практических рекомендаций диссертации подтверждается хорошим совпадением результатов математического моделирования с экспериментальными данными, а также широкой публикацией результатов и их обсуждением на международных и российских конференциях.

Теоретическая значимость работы включает в себя развитие методов приближенно-аналитического моделирования стационарных тепловых полей в полуограниченных средах с учётом реальных граничных условий III рода на поверхности, вывод новых аналитических соотношений, описывающих связь между геометрическими параметрами системы и характеристиками теплового поля.

Практическое значение работы:

1. Разработаны инженерные методики расчета стационарного теплового потока и температурного поля от заглубленного сферического тела, одиночной трубы и периодического ряда труб, пригодные для предварительных проектных расчетов без выполнения длительного численного моделирования.
2. Полученные зависимости и погрешности позволяют выбирать глубину заложения и шаг труб, оценивать взаимное влияние соседних трубопроводов, неравномерность теплового потока на поверхности грунта и допустимость используемых упрощений.
3. Разработан алгоритм расчета теплоотвода от одиночной трубы и создана программа для ЭВМ (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2026618567).
4. Разработанные методики могут быть использованы при расчете грунтовых теплообменников, тепловых потерь подземных тепловых сетей, систем подогрева дорожных покрытий и антиобледенения, кабельных линий.

На защиту выносятся:

1. Приближенно-аналитический метод расчета стационарного теплоотвода от изотермического сферического тела в полуограниченном грунтовом массиве при конвективном теплообмене на поверхности.
2. Аналитическая модель стационарного теплоотвода от одиночной горизонтальной цилиндрической трубы, устанавливающая связь между геометрическими и теплофизическими параметрами системы, положением эквивалентного источника, отводимым тепловым потоком и распределением температуры и плотности теплового потока в грунте и на его поверхности.
3. Приближенно-аналитическая модель периодического ряда параллельных труб с учетом взаимного теплового влияния, включая зависимость смещения эквивалентного источника от радиуса, глубины заложения и шага труб.

4. Результаты численной и экспериментальной проверки температурного поля от одиночной трубы в сухом и увлажненном грунте, подтверждающие применимость разработанных моделей и инженерных алгоритмов в исследованном диапазоне параметров.

Апробация работы. Основные положения и отдельные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и творчество: вклад молодежи» (ДГТУ, г. Махачкала, 2022г.); на всероссийском аспирантско-магистерском научном семинаре, посвященном Дню Энергетика (КГЭУ, г. Казань, 2023-2025г.); на национальной с международным участием научно-практической конференции «Энергосбережение и инновационные технологии в топливно-энергетическом комплексе» (ТИУ, г. Тюмень, 2022, 2024г.); на международной молодежной научной конференции «Тинчуринские чтения» (КГЭУ, г. Казань, 2023-2025г.); на XXXII международном молодежном форуме «Ломоносов-2025» в Узбекистане (Узбекистан, г. Ташкент, 2025г.); на всероссийской научно-практической конференции «Современные вызовы и стратегии в области экономики, инженерии, технологии» (ЕТИ ФГАОУ ВО МГТУ «СТАНКИН», г. Егорьевск, 2025г.); на 61-ой научной конференции аспирантов, магистрантов и студентов «Электронные системы и технологии» (БГТУ, Белоруссия, г. Минск, 2025г.); на итоговой научной конференции Казанского федерального университета за 2023 год (КФУ, г. Казань, 2023г.); на XVII всероссийской открытой молодежной научно-практической конференции «Диспетчеризация и управление в электроэнергетике» (КГЭУ, г. Казань, 2025г.); на всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «XVII Камские чтения» (КФУ, г. Набережные Челны, 2025г.); на XXIX Всероссийской научно-практической конференция «Инновационные технологии на железнодорожном транспорте» (ИрГУПС, г. Красноярск, 2025г.); на XVIII международной студенческой научно-практической конференции «Наука и молодежь: шаг в будущее» (КФУ, г. Елабуга, 2025г.); на всероссийском конкурсе научных работ им. Н.И. Лобачевского 2.0 (КГЭУ, г. Казань, 2025г.); на

всероссийской научно-технической конференции, посвященной 50-летию первого выпуска инженеров-промтеплоэнергетиков «Теоретические и прикладные задачи энергетики» (ВГТУ, г. Воронеж, 2025г.).

Публикация работы. По теме диссертационной работы опубликовано 15 работ, из них 7 – в научных изданиях, входящих в перечень ВАК и приравненных к ним, в том числе 4 по научной специальности 2.4.6. «Теоретическая и прикладная теплотехника»; 7 работ в материалах конференций различного уровня; свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Вклад автора в проведенное исследование. Автор лично участвовал в постановке цели и задач исследований, разработке математической модели и инженерной методики расчета, проведении численного моделирования, в получении результатов, представленных в диссертации и публикациях.

Соответствие диссертации научной специальности. Диссертация соответствует паспорту специальности 2.4.6. «Теоретическая и прикладная теплотехника» и охватывает следующие направления: П6. Научные основы повышения эффективности использования энергетических ресурсов в теплотехническом оборудовании и использующих теплоту системах и установках. П8. Новые конструкции теплопередающих и теплоиспользующих установок и оборудования, обладающих улучшенными эксплуатационными и технико-экономическими характеристиками. Совершенствование методов расчета и оптимизация параметров использующих теплоту технологических процессов, оборудования и систем. П9. Системы обеспечения теплового режима теплоэнергетических, промышленных и коммунальных объектов, теплопотребляющего и тепловыделяющего оборудования, методы их совершенствования. Математическое моделирование и оптимизация энерготехнологических систем промышленных предприятий и систем теплоснабжения зданий, районов и городов.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа изложена на 182 страницах текста, включающего 88 рисунков и 37 таблиц, состоит из введения, 5

глав, заключения, 3 приложений, списка сокращений и условных обозначений и списка литературы из 117 наименований.

Глава 1. Литературный обзор. Характеристика проблемы и постановка задачи диссертации

1.1 Обзор проблем сельского хозяйства в условиях рискованного землепользования

Круглогодичные и всесезонные потребности рынка овощных культур в Российской Федерации в основном формируются за счет зарубежной зеленой продукции, что не отвечает требованиям продовольственной безопасности страны. В связи с этим сегодня наблюдается интенсивное развитие тепличного бизнеса, для которого необходимы технические и технологические решения. Возникает необходимость создания тепличных комплексов для всесезонного производства растительной продукции и удовлетворения запросов потребителей в насыщении российского рынка зеленой продукцией [1, 2, 3].

Круглогодичное выращивание растений в теплицах требует поддержания стабильного микроклимата, особенно в холодное время года. Обогрев теплиц является ключевым элементом для обеспечения оптимальной температуры почвы и воздуха, что напрямую влияет на рост и урожайность растений и зависит от нескольких факторов, таких как климатические условия, тип выращиваемых культур, продолжительность вегетационного периода и цель выращивания [4, 5 и 6].

В регионах с холодным климатом или длительными зимами обогрев теплицы необходим для поддержания оптимальной температуры для роста растений. Это позволяет получать урожай даже зимой и увеличивает рентабельность тепличного хозяйства. Без обогрева температура в теплице может опускаться ниже допустимого уровня, что приведет к гибели растений или замедлению их роста. Весной и осенью возможны резкие перепады температуры, ночные заморозки и в теплых регионах, что может повредить растения. Необходимость подогрева теплиц с биологической точки зрения обусловлена потребностями растений в определенных условиях для их роста, развития и плодоношения. Температура является одним из ключевых факторов, влияющих на физиологические процессы растений [7].

Резкие перепады температуры, заморозки или длительное похолодание вызывают у растений стресс, который может привести к замедлению роста, повреждению тканей и снижению иммунитета. Обогрев теплицы помогает регулировать уровень влажности, предотвращая образование конденсата и развитие грибковых заболеваний и создавать комфортные условия для опыления [8, 9].

Оптимальная температура для фотосинтеза у большинства растений составляет 20-25 °С. При более низких температурах скорость фотосинтеза снижается, что замедляет рост растений. При низких температурах дыхание растений замедляется, снижается их энергетический обмен. Корневая система растений активнее поглощает воду и минеральные вещества при температуре почвы 15-20 °С. Холодная почва замедляет эти процессы. Температура влияет на деление клеток, растяжение тканей и формирование органов растений (листьев, цветов, плодов). Многие культуры, выращиваемые в теплицах (томаты, огурцы, перцы, баклажаны), являются теплолюбивыми. Их биологические особенности требуют стабильно высокой температуры – 18-25 °С [10, 11, 12].

Оптимальная температура для выращивания томатов 20-25 °С днем и 16 - 18 °С – ночью. При температуре ниже +10 °С рост останавливается.

Огурцы необходимо выращивать при температуре днем 22-28 °С, ночью – 18 - 20 °С. При температуре ниже +12 °С растения могут погибнуть.

Зелень (салат, петрушка, укроп) выращивают при температуре 15-20 °С. Более низкие температуры замедляют рост [13, 14].

В некоторых случаях обогрев теплицы может быть экономически оправдан, так как позволяет выращивать дорогостоящие культуры вне сезона и продавать их по более высокой цене [15].

1.2 Виды и типы источников низкопотенциального тепла

Практическое замещение с помощью тепловых насосов (ТН) ископаемых видов топлива (природный газ, уголь и др.) на тепло воды рек, озер, питьевой воды, сточных вод, систем оборотного водоснабжения и т.п. источников является важным направлением энергосбережения и охраны окружающей природной среды.

Россия располагает практически неограниченными запасами такого рода возобновляемых и вторичных низкопотенциальных (до 40 °С) источников тепла (НИТ), которые сильно различаются по температуре, объемным расходам, химическому и фракционному составу, что предопределяет необходимость введения дифференцированного подхода при разработке технологий их практического использования.

Энергетическая и эколого-экономическая эффективность отечественных и зарубежных ТН во многом определяется условиями их реальной эксплуатации в составе теплонасосных установок (ТНУ). Однако слепое копирование зарубежного опыта в этом вопросе не всегда оправдано. В суровых климатических условиях России малопригодными являются используемые в странах Европы и Северной Америки низкотемпературные схемы теплонасосного теплоснабжения, которые ориентированы на работу в составе систем воздушного кондиционирования и напольного отопления с использованием в качестве НИТ тепла окружающего воздуха или грунта. Созданные в нашей стране в последние годы ТНУ на базе отечественных парокомпрессионных ТН с электроприводом типа «вода-вода» наиболее адаптированы к российским климатическим условиям и имеют хорошие перспективы для масштабного использования в народном хозяйстве страны [16, 17].

Реализованные на практике на практике схемы опытно-промышленных ТНУ, к примеру в п. Козино Усть-Тарского района Новосибирской области, разработанной в рамках областной целевой программы «Внедрение тепловых насосов на объектах ТЭК Новосибирской области в 1999-2002 годах», позволяют не только обеспечить не только выработку большей части тепла для системы отопления поселка [18, 19] с расчетной нагрузкой 1,0 Гкал/ч, но и непосредственно отопить и сельскохозяйственные постройки. Отопление поселка предполагалось обеспечить тепловым насосом НТ-700 производства ООО «СКБ ИПИ».

Однако современная практика водоснабжения населенных пунктов ставит немало проблем на пути создания теплонасосных систем теплоснабжения, использующих низкопотенциальное тепло [20, 21, 22]. Главной из них является

суточная неравномерность водопотребления. Для обеспечения надежности теплонасосного отопления необходимо обеспечить стабильный по расходу проток артезианской воды через испарители тепловых насосов. С учетом высокой ценности подземных вод питьевого качества мы должны применять только безотходные, комплексные технологии их использования.

Как показала практика внедрения ТН на объектах МУП «Горводоканал» г. Новосибирска [23, 24] и ООО «Барнаульский Водоканал», для утилизации низкопотенциального (15-25 °С) тепла неочищенных и условно чистых хозяйственных стоков в составе ТНУ необходимо предусмотреть дополнительный промежуточный теплообменник (ПТ) для передачи тепла от сточной воды к чистому и коррозионно неактивному теплоносителю промежуточного контура. Конструкция аналогичных ТП использующихся в геотермальной энергетике приведена в работе [25].

В тоже время помимо использования геотермальных вод как источников низкопотенциального тепла, могут выступать и городские коммунальные хозяйства, общедомовые тепловые сети и сети централизованного теплоснабжения от ТЭЦ. Многие города и населенные пункты с системами централизованного снабжения теплом от ТЭЦ и котельных нуждаются в срочном ремонте и реконструкции. Потери в тепловых сетях в ряде случаев достигают 30 %. В связи с этим, в России стали больше использовать децентрализованные источники теплоснабжения. Это может быть связано с тем, что увеличивается число жилых домов в селах. Еще одной причиной может быть использование индивидуального теплоснабжения в городах с критическими условиями функционирования систем централизованного теплоснабжения. Одной из главных проблем, с которой сталкиваются крупные мегаполисы при строительстве новых многоэтажных домов и реконструкции старых, является значительное увеличение мощностей тепловых сетей. Это, в свою очередь, ведет к большим капитальным затратам, либо же и вовсе становится невозможным из-за плотности застройки. Решением могло бы стать строительство котельных, но они оказывают негативное влияние на окружающую среду [26, 27]. При этом источником

низкопотенциального тепла может выступать и сброс тепла от производственного предприятия [28, 29].

В современной промышленной практике одной из ключевых стратегических задач выступает оптимизация эксплуатационных затрат, в частности – сокращение издержек, обусловленных потреблением топливных ресурсов непроизводственного назначения.

В рамках повышения энергоэффективности промышленных предприятий особое значение приобретает реализация мер, направленных на:

1. снижение объёмов топливных ресурсов, расходуемых на отопление производственных и вспомогательных зданий;
2. улучшение экологических показателей прилегающих к промышленным объектам территорий.

Для достижения указанных целей требуется осуществить переход на инновационные технологии генерации тепловой энергии. В этом контексте перспективным решением представляется использование источников низкопотенциальной энергии. Однако их практическое применение в системах теплоснабжения возможно исключительно при условии внедрения теплонасосных установок (ТНУ). При рассмотрении возможности интеграции ТНУ в инфраструктуру промышленных объектов необходимо учитывать следующие ограничивающие факторы:

1. наличие доступного источника низкопотенциальной энергии, обладающего достаточной ёмкостью для обеспечения требуемых параметров теплоснабжения [30];
2. экономическая целесообразность подбора и внедрения оборудования, входящего в состав теплонасосной установки [31, 32 и 33].

Также используя процессы испарения и конденсации циркулирующей в системе легкокипящей жидкости, возможно извлечение низкопотенциальную теплоты в системе водоотведения (к примеру, г. Новочеркаска Ростовской области) возможно получение тепловой энергии для обеспечения обогрева

производственных помещений и вспомогательных сооружений [34]. Аналогичное исследование было проведено группой авторов и в тульской области [35].

Примеры извлечения низкопотенциального тепла и использования из систем кондиционирования воздуха условиях городского хозяйства приведены в работах [36], [37] и [38].

В тоже время, рассмотрена возможность и использования экологически чистых возобновляемых источников теплоты в системах создания микроклимата в малоэтажных жилых домах с помощью теплонасосной установки. Дан анализ источников низкопотенциального тепла, показана перспективность использования грунтовых коллекторов для жилищного строительства в Белгородской области в работе [39]. Использованные источники низкопотенциального тепла из городской и коммунальных хозяйств с соответствующей технологической модернизацией можно использовать и для сельского хозяйства в той или иной степени [40, 41]. А с условием развития теплонасосной техники данное применение становится вполне возможным [42, 43].

Одним из довольно необычных источников низкопотенциального является применение низкопотенциального тепла рудничной воды. Системы кондиционирования рудничной атмосферы могут быть основаны на использовании фазовых переходов воды. Это подогрев поступающего в шахту (рудник) воздуха за счет теплоты замерзания распыляемой воды, а также охлаждение воздуха на глубоких горизонтах путем использования атмосферного холода, накопленного в аккумуляторе холода на поверхности при замораживании воды и отдаваемого при плавлении льда. Выводы по данному способу получения низкопотенциального тепла приведены в работе [44] на основе анализа предшествующих работ по системам применения фазовых переходов воды (Ю.Д. Дядькин, Ю.В. Шувалов, В.Н. Скуба и др.) [45, 46, 47, 48]. Аналогичные примеры приведены в работе [49]. Данная методика использования низкопотенциального тепла интересна в нашей работе непосредственно как «вид» источника низкопотенциального тепла, однако ее применения в нашей работе затруднительно и нерационально.

Помимо вышеуказанных способов получения низкопотенциального тепла имеет место и использование возобновляемых источников энергии. Любопытны для автономных тепличных хозяйств применение энергетических установок с двигателями Стирлинга или двигателями работающими по циклу Ренкина, позволяющими вырабатывать не только тепловую электроэнергию от сжигания газа, но и тепловую энергию для обогрева технологического оборудования и помещений [50, 51, 52].

Также источниками низкопотенциального тепла могут выступать установки ВИЭ, а именно солнечной или ветровой энергетики [53, 54]. Использование солнечной энергии в тепловом насосе может дополнительно способствовать энергосбережению и эффективности, отмечается в работе [55]. Также немало важно использование комбинированных решений, низкопотенциальное тепло от которых возможно использовать для обогрева вспомогательного оборудования [56].

1.3 Методы расчета теплового потока от заглубленной трубы в грунте

Так как одним из основных источников теплопотерь в технологии теплоснабжения объектов являются магистральные трубопроводы, рассмотрим методы расчета теплового потока от заглубленной трубы в грунте. При проектировании тепловых трасс необходимо руководствоваться СП 315.1325800.2017 «Тепловые сети бесканальной прокладки. Правила проектирования» [57]. Данное СП содержит следующие методики:

- Методика проверки теплопровода на устойчивость;
- Методика расчета компенсации температурных деформаций;
- Методика испытаний стыков теплопроводов с изоляцией из пенополиуретана в полиэтиленовой оболочке;
- Методика проведения работ по теплогидроизоляции стыков труб в ППУ изоляции.

Однако, данное СП хоть и дает частичное представление о тепловых процессах происходящих в грунте, но не содержит в себе информации по оценке теплопотерь в грунте.

В то же время, в СП 61.13330.2012 «Тепловая изоляция оборудования и трубопроводов. Актуализированная редакция СНиП 41-03-2003» приводятся методы расчёта толщины тепловой изоляции оборудования и трубопроводов, расчётные характеристики теплоизоляционных материалов [58]. В приложении В «Методы расчета тепловой изоляции оборудования и трубопроводов» данного СП приводятся расчетные формулы стационарной теплопередачи в теплоизоляционных конструкциях. Поверхностная плотность теплового потока через плоские поверхности рассчитывается по формулам (в качестве примера здесь и далее приведем формулы для однослойной плоской стенки. Формулы и обозначения приведены из СП):

$$q_F = \frac{t_{\text{в}} - t_{\text{н}}}{R_{\text{вн}} + R_{\text{ст}} + R_{\text{из}} + R_{\text{н}}}, \quad (1.1)$$

Линейная плотность теплового потока через цилиндрические поверхности рассчитывается по формуле (однослойная цилиндрическая стенка):

$$q_L = \frac{t_{\text{в}} - t_{\text{н}}}{R_{\text{вн}}^L + R_{\text{ст}}^L + R_{\text{из}}^L + R_{\text{н}}^L}, \quad (1.2)$$

Где q_F - поверхностная плотность теплового потока через плоскую теплоизоляционную конструкцию, Вт/м;

$t_{\text{в}}$ - температура среды внутри изолируемого объекта, °С;

$t_{\text{н}}$ - температура окружающей среды, °С;

$R_{\text{вн}}$ - сопротивление теплоотдаче на внутренней поверхности стенки изолируемого объекта, м²·°С/Вт;

$R_{\text{н}}$ - то же, на наружной поверхности теплоизоляции, м²·°С/Вт;

$R_{\text{ст}}$ - термическое сопротивление стенки изолируемого объекта, м²·°С/Вт;

$R_{\text{из}}$ - то же, плоского слоя изоляции, м²·°С/Вт;

q_L - линейная плотность теплового потока через цилиндрическую теплоизоляционную конструкцию, Вт/м;

$R_{вн}^L$ - линейное термическое сопротивление теплоотдаче внутренней стенки

изолируемого объекта, $\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{Вт}$;

R_n^L - то же, наружной изоляции, $\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{Вт}$;

$R_{см}^L$ - линейное термическое сопротивление цилиндрической стенки

изолируемого объекта, $\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{Вт}$;

$R_{из}^L$ - то же, цилиндрического слоя изоляции, $\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{Вт}$;

Сопротивления теплоотдаче и термические сопротивления стенок определяются по формулам:

$$R_{вн} = \frac{1}{\alpha_{вн}}, R_n = \frac{1}{\alpha_n}, R_{из} = \frac{\delta_{из}}{\alpha_{из}}, R_{см} = \frac{\delta_{см}}{\alpha_{см}}, \quad (1.3)$$

$$R_{вн}^L = \frac{1}{\pi d_{вн}^{см} \cdot \alpha_{вн}}, R_n^L = \frac{1}{\pi d_n^{из} \cdot \alpha_n}, R_{из}^L = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_{из}} \cdot \ln \frac{d_n^{из}}{d_n^{см}}, \quad (1.4)$$

$$R_{см}^L = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_{см}} \cdot \ln \frac{d_n^{см}}{d_{вн}^{см}}, \quad (1.5)$$

где $\alpha_{вн}$, α_n - коэффициенты теплоотдачи внутренней поверхности стенки изолируемого объекта и наружной поверхности изоляции, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$;

$\lambda_{см}$, $\lambda_{из}$ - коэффициенты теплопроводности соответственно материала стенки изолируемого объекта однослойной изоляции, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$;

$\delta_{см}$, $\delta_{из}$, - толщина соответственно стенки изолируемого объекта, однослойной изоляции, м;

$d_{вн}^{см}$, $d_n^{см}$ - внутренний и наружный диаметры стенки изолируемого объекта, м;

$d_n^{из}$ - наружный диаметр изоляции, м.

Температуры на внутренней и наружной поверхностях стенки изолируемого объекта плоской формы:

$$t_{вн}^{см} = t_в - q_F \cdot R_{вн}; t_n^{см} = t_{вн}^{см} - q_F \cdot R_{см}. \quad (1.6)$$

Распределение температур в данной методике рассчитывается только на границах слоев, не определяя температуру грунта в отдалении от трубы, а также температуру на поверхности грунта. В практических расчетах тепловой изоляции принимается ряд допущений, позволяющих использовать упрощенные расчетные формулы. Сопротивление теплоотдаче от внутренней среды к внутренней поверхности стенки изолируемого объекта для жидких и газообразных сред является пренебрежимо малым в сравнении с термическим сопротивлением теплоизоляционного слоя и в практических расчетах может не учитываться.

Теплопроводность стенок изолируемого оборудования и трубопроводов, изготовленных из металла, в десятки раз превышает теплопроводность изоляции, поэтому термическим сопротивлением стенки также можно пренебречь без заметного снижения точности расчета.

При расчете тепловой изоляции объектов, расположенных под землей, учитывается их тепловое взаимодействие с массивом окружающего грунта. Плотность теплового потока через теплоизоляционные конструкции, граничащие с грунтом, определяется по формулам (1.1 и 1.2), в которых термические сопротивления внешней теплоотдаче и заменяются термическим сопротивлением грунта.

В общем случае термическое сопротивление грунта зависит от конфигурации и расположения изолируемого объекта в массиве грунта, его температуры и теплопроводности, что влияет на распределение температур и тепловых потоков в теплоизоляционном слое.

В инженерных расчетах принимается допущение об одномерности температурного поля в теплоизоляционном слое, что позволяет с достаточной для практики точностью использовать формулы (1.3, 1.4 и 1.5) для расчета термического сопротивления плоских и цилиндрических теплоизоляционных конструкций подземных объектов.

В части В.3.3 «Подземная бесканальная прокладка» СП 61.13330.2012 рассматривается аналогичная нашей проблема. Согласно СП тепловые потери трубопроводов двухтрубных тепловых сетей бесканальной прокладки,

расположенных в грунте на одинаковом расстоянии от поверхности до оси труб H , м, определяются по формулам:

$$q_1^L = \frac{(t_{\theta 1} - t_n)(R_{uz2}^L + R_{zp2}^K) - (t_{\theta 2} - t_n)R_0}{(R_{uz1}^L + R_{zp1}^K)(R_{uz2}^L + R_{zp2}^K) - R_0^2} K, \quad (1.7)$$

$$q_2^L = \frac{(t_{\theta 2} - t_n)(R_{uz1}^L + R_{zp1}^K) - (t_{\theta 1} - t_n)R_0}{(R_{uz2}^L + R_{zp2}^K)(R_{uz1}^L + R_{zp1}^K) - R_0^2} K, \quad (1.8)$$

$$q_{1,2}^L = q_1^L + q_2^L, \quad (1.9)$$

q_1^L, q_2^L - линейные плотности теплового потока от подающего и обратного трубопроводов, Вт/м;

$t_{\theta 1}, t_{\theta 2}$ - температуры подающего и обратного трубопроводов, °С;

K - коэффициент дополнительных потерь (таблица В.1);

R_{uz1}^L, R_{uz2}^L - термические сопротивления изоляции подающего и обратного трубопроводов, м·°С/Вт;

R_{zp}^K - термическое сопротивление грунта при бесканальной прокладке, м·°С/Вт, определяется по формуле

$$R_{zp}^K = \frac{1}{2\pi\lambda_{zp}} \ln \left[\frac{2H}{d} + \sqrt{\left(\frac{2H}{d} \right)^2 - 1} \right], \quad (1.10)$$

где d - наружный диаметр изолированного трубопровода, м;

подающего - d_1 , обратного - d_2 ;

λ_{zp} - теплопроводность грунта, Вт/(м·°С);

H - глубина заложения (расстояние от оси труб до поверхности земли), м;

R_0 - термическое сопротивление, обусловленное тепловым взаимодействием двух труб, м·°С/Вт, определяется из выражения:

$$R_0 = \frac{\ln \sqrt{1 + \left(\frac{2H}{K_{1,2}} \right)^2}}{2\pi\lambda_{zp}}, \quad (1.11)$$

где $K_{1,2}$ - расстояния между осями труб по горизонтали, м.

По методикам СП 61.13330.2012 имеются онлайн калькуляторы, находящиеся в открытом доступе [59 и 60], однако, данные калькуляторы служат для подбора изоляции и не позволяют оценить теплораспределение в грунте. Математика СП 61.13330.2012 схожа с разработанной нами математикой приведенной в главе 2, однако, она рассчитана только для упрощенных расчетов и не имеет возможности оценки погрешности вычислений.

Требования к прокладке трубопроводов в грунте для зданий, также отражены в СНиП 2.04.01-85 [61]. В нем приведены указания по способу прокладки трубопроводов при вводе в здание, глубина залегания трубопроводов, однако не приведены способы подсчета теплопотерь.

В ГОСТ 32025-2012 [62] приводится методика определения характеристик теплопереноса в цилиндрах заводского изготовления при стационарном тепловом режиме, где представленный математический аппарат описывает теплоперенос через стенку (изоляцию), однако, далее не рассматривается теплоперенос в иных средах кроме воздушной.

Расчет температуры грунта при применении надпочвенного обогрева проводил Логинов В.В. в своей диссертации на соискание кандидата технических наук [63]. В работе рассматривается обогрев тепличного хозяйства, а также математически описывается температурное поле на поверхности грунта. При этом в работе принимаются следующие допущения: поверхность почвы идеально ровная, имеет во всех точках одинаковую температуру, тепловой поток направлен только в направлении от почвы в воздушное пространство теплицы. Температурное поле в защищенном грунте (грунт защищенный от воздействия окружающей среды авторами описывается как пересечение двух неограниченных пластин по осям x и y , а по оси z цилиндром.

$$\bar{\Theta} = \bar{\Theta}_x \cdot \bar{\Theta}_y \cdot \bar{\Theta}_z \quad (1.12)$$

Учитывая, что теплица находится в условиях охлаждения, т.е. $t_{не} < t_0$. На основании этого, формула (1.12) может быть преобразована:

$$\bar{\Theta} = \bar{\Theta}_x \cdot \bar{\Theta}_y \cdot \bar{\Theta}_z = \left[\frac{t_{\partial} - t(x, \tau)}{t_{\partial} - t_{нв}} \right] \cdot \left[\frac{t_{\partial} - t(y, \tau)}{t_{\partial} - t_{нв}} \right] \cdot \left[\frac{t_{\partial} - t(z, \tau)}{t_{\partial} - t_{нв}} \right], \quad (1.13)$$

где $t_{нв}$ – температура наружного воздуха, т.е. окружающей среды; t_{∂} – температура воздуха в теплице в момент времени $\tau=0$, которая может быть измерена датчиком, установленным в наиболее теплом месте, $\bar{\Theta}$ – температурное поле. Таким образом, для определения общего температурного поля в защищенном грунте нам необходимо определить температурные поля по каждой оси. Описать температурные поля по осям x и y можно аналогично, т.е. как в неограниченных пластинах, а по оси z цилиндром. Дополнительно в работе проводится математическое описание температурного поля в неограниченной плоской пластине, находящейся в условиях охлаждения, а также практические результаты замера температуры как на поверхности грунта, так и на отдалении от поверхности грунта. При этом в работе не оценивается погрешность математического аппарата, а также уделяется большее внимание не температуре поверхности грунта, а именно температурным полям в пространстве теплицы.

Решением тепломассообмена для систем связанных с мерзлым грунтом занималась в своей диссертации и Шастунова У. Ю. [64]. В работе рассматривается экспериментальное исследование процессов оттаивания и замерзания мерзлой породы под горячим объектом с целью дальнейшего сопоставления с адекватностью предлагаемой физико-математической модели. В рамках работы проводится расчетно-экспериментальное исследование нестационарного теплового поля в грунте (процесс оттаивания грунта под нагретым телом), приводится краткое математическое описание через стандартные уравнения теплопередачи через стенку. Основная часть работы посвящена непосредственно поддержанию оптимального температурного режима под резервуаром, при этом более широкого рассмотрения тематики тепломассообмена в грунте не проводится.

Температурными режимами трубопроводов, заглубленных в грунт занималась Глухова З. Р. [65]. В своей работе она рассмотрела способ регулирования теплообмена трубопровода на мерзлых грунтах с целью обеспечения и сохранения ограниченных размеров ореолов протаивания вокруг

наземного трубопровода, предохраняющего его от заземления на всем протяжении трассы в любой период эксплуатации, а также от неконтролируемого опускания вследствие растепления мерзлых грунтов. При этом имеется частичное математическое описание процесса теплообмена в системе «земля – заглубленная труба». Общая рассматриваемая в работе расчетная схема приведена на рисунке 1.1.

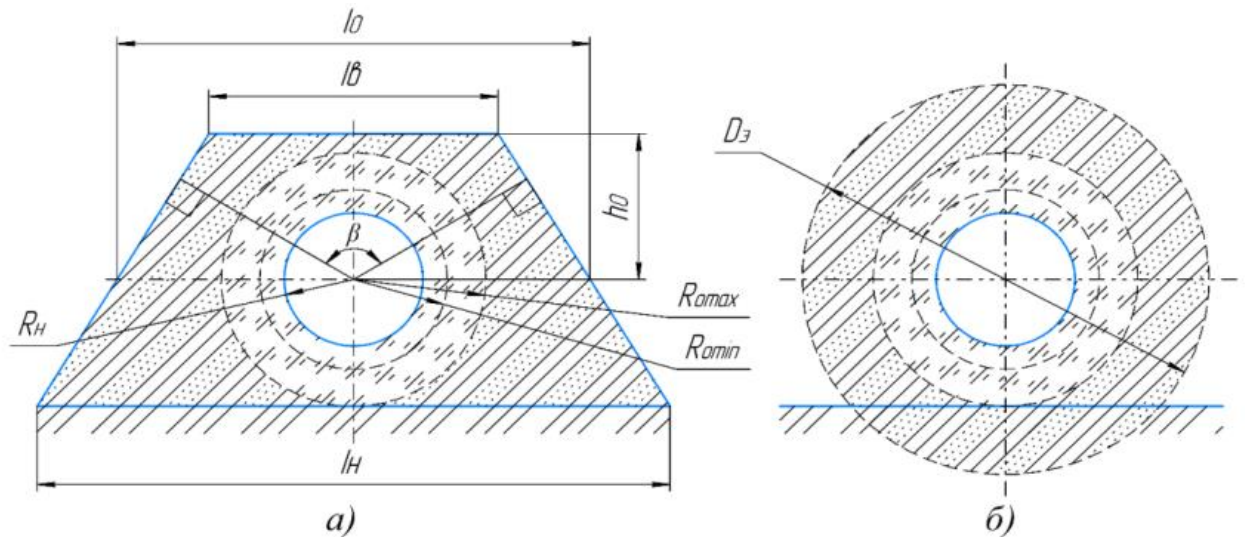


Рисунок 1.1 – а) Схема наземной прокладки в насыпи;
б) эквивалентная расчетная схема

С учетом геометрической формы насыпи, тепловых потоков на границе протаивания со стороны талого и мерзлого грунтов, теплового потока, идущего от трубы в грунт уравнение баланса тепла на границе протаивания в зимний период принимает вид (температурный напор направлен вверх, конструктивный параметр β при расчете теплообмена в зимние месяцы изменяется в пределах $0^\circ < \beta < 180^\circ$):

$$\lambda_T \frac{(t - t'_0)}{R_0 \ln \frac{R_0}{R}} - \lambda_M \frac{(t'_0 - t'_e)}{R_0 \ln \frac{D_z}{2R_0}} \frac{\beta}{360} - \lambda_M \frac{(t'_0 - t_e)}{R_0 \ln \frac{4H_z}{2R_0}} \frac{360 - \beta}{360} = \sigma \rho_0 \frac{W_c - W_n}{W_c + 1} \frac{dR_0}{d\tau}, \quad (1.14)$$

где σ – удельная теплота плавления льда;

ρ_0 – объемная плотность мерзлого грунта;

W_c, W_n – содержание незамерзшей воды и суммарная влажность грунта.

λ_T, λ_M – соответственно коэффициенты теплопроводности мерзлого и талого грунтов;

$H_э$ – эквивалентная глубина заложения трубопровода до оси;

R_0 – радиус талой зоны вокруг трубопровода;

R – радиус трубопровода;

$D_э$ – эквивалентный диаметр кольца насыпи (определяется по геометрическим параметрам насыпи и глубины заложения трубопровода);

$t_в$ – температура воздуха;

t_e – температура грунта на глубине заложения оси трубопровода;

t – температура нефти;

t'_0 – температура фазовых превращений.

В работе не рассматриваются значения распределения температур в грунте, находятся общие значения температур на стенке трубы и указывается общая температура грунта принимаемая одинаковой на любом отдалении от трубы. Акцент сделан не на общем решении задачи теплораспределения и теплообмена, а на решении трехмерной задачи теплового взаимодействия наземного трубопровода в насыпи с мерзлым основанием при условии ограничения ореола протаивания и перекачки нефти в изотермическом режиме, который обеспечивается технологическим регулированием за счет сдвига по фазе процессов теплопередачи во вмещающем грунте.

В тоже время влияние вида конструкций канальной тепловой сети на ее тепловые режимы и тепловые потери рассмотрел в своей работе Половников В.Ю. [66]. В проведенном исследовании приведены результаты численного анализа тепловых режимов и тепловых потерь двухячейковых канальных подземных тепловых сетей с использованием конвективно-кондуктивной модели теплопереноса. Для рассматриваемого случая решена двумерная сопряженная стационарная задача конвективно-кондуктивного теплопереноса в системе «подземный канальный двухячейковый теплопровод – окружающая среда». Решение задачи получено методом конечных элементов с использованием неравномерной конечно-элементной сетки. Установлены масштабы тепловых потерь и закономерности теплопереноса в зонах размещения

подземных тепловых сетей при прокладке трубопроводов в двухячейковых каналах. Схема прокладки трубопровода приведена на рисунке 1.2.

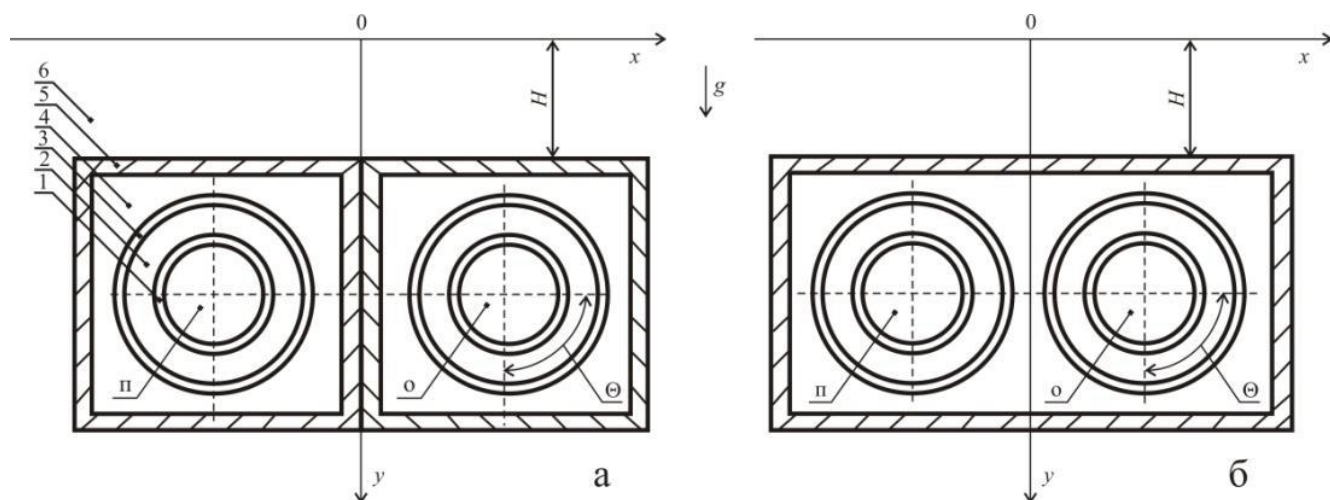


Рисунок 1.2 – Типичные конструкции тепловых сетей:

а – двухячейковый канал; б – одноячейковый канал; 1 – металлическая стенка трубы; 2 – слой тепловой изоляции; 3 – покровный слой; 4 – полость канала; 5 – железобетонная стенка канала; 6 – грунт, п – подающий трубопровод; о – обратный трубопровод

При постановке задачи приняты следующие основные допущения:

1. Не рассматриваются процессы переноса тепла в теплоносителях и металлических стенках труб.
2. В местах соприкосновения слоев (рисунок 1.2,а) выполняются условия идеального теплового контакта.
3. Теплофизические характеристики материалов являются постоянными и известными величинами.
4. Не учитывается наличие фазовых переходов.
5. Воздух, заполняющий полости двухячейкового канала (рисунок 1.2,а), считается несжимаемым и удовлетворяющим приближению Буссинеска.
6. На внутренних поверхностях тепловой изоляции подающего и обратного трубопроводов поддерживается постоянная температура, равная температуре теплоносителя в трубе.
7. На достаточно большом расстоянии от теплопровода (рисунок 1.2,а) градиенты температур в грунте равны нулю.
8. На границе раздела «грунт – окружающая среда» осуществляются условия конвективного теплообмена и не учитывается теплообмен излучением.

Математическое описание поставленной задачи базируется на методике анализа тепловых режимов систем транспортировки тепла, приведенной в работе автора [67], и для рассматриваемого случая процесс переноса тепла в двумерной постановке будет описываться:

1. для воздуха в полостях каналов подающего и обратного трубопроводов уравнениями энергии, движения и неразрывности:

$$c_4 \rho_4 \left(w_{x,n} \frac{\partial T_{4,n}}{\partial x} + w_{y,n} \frac{\partial T_{4,n}}{\partial y} \right) = \lambda_4 \left(w_{x,n} \frac{\partial^2 T_{4,n}}{\partial x^2} + w_{y,n} \frac{\partial^2 T_{4,n}}{\partial y^2} \right), \quad (1.15)$$

$$w_{x,n} \frac{\partial w_{x,n}}{\partial x} + w_{y,n} \frac{\partial w_{x,n}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_4} \frac{\partial p_{4,n}}{\partial x} + \nu_4 \left(\frac{\partial^2 w_{x,n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{x,n}}{\partial y^2} \right), \quad (1.16)$$

$$w_{x,n} \frac{\partial w_{y,n}}{\partial x} + w_{y,n} \frac{\partial w_{y,n}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_4} \frac{\partial p_{4,n}}{\partial y} + \nu_4 \left(\frac{\partial^2 w_{y,n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{y,n}}{\partial y^2} \right) +$$

$$+ g \beta_{4,n} (T_{4,n} - T_7), \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial w_{x,n}}{\partial x} + \frac{\partial w_{y,n}}{\partial y} = 0, \quad (1.18)$$

$$c_4 \rho_4 \left(w_{x,o} \frac{\partial T_{4,o}}{\partial x} + w_{y,o} \frac{\partial T_{4,o}}{\partial y} \right) = \lambda_4 \left(w_{x,o} \frac{\partial^2 T_{4,o}}{\partial x^2} + w_{y,o} \frac{\partial^2 T_{4,o}}{\partial y^2} \right), \quad (1.19)$$

$$w_{x,o} \frac{\partial w_{x,o}}{\partial x} + w_{y,o} \frac{\partial w_{x,o}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_4} \frac{\partial p_{4,o}}{\partial x} + \nu_4 \left(\frac{\partial^2 w_{x,o}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{x,o}}{\partial y^2} \right), \quad (1.20)$$

$$w_{x,o} \frac{\partial w_{y,o}}{\partial x} + w_{y,o} \frac{\partial w_{y,o}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_4} \frac{\partial p_{4,o}}{\partial y} + \nu_4 \left(\frac{\partial^2 w_{y,o}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{y,o}}{\partial y^2} \right) +$$

$$+ g \beta_{4,o} (T_{4,o} - T_7), \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial w_{x,o}}{\partial x} + \frac{\partial w_{y,o}}{\partial y} = 0. \quad (1.22)$$

2. в тепловой изоляции и покровном слое для подающего и обратного трубопроводов уравнениями теплопроводности в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial^2 T_{i,n}}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial T_{i,n}}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 T_{i,n}}{\partial \Theta^2} = 0, \quad i=2, 3. \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial^2 T_{i,o}}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial T_{i,o}}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 T_{i,o}}{\partial \Theta^2} = 0, \quad i=2, 3. \quad (1.24)$$

3. в стенах канала и грунте уравнениями теплопроводности в декартовой системе координат:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} = 0, \quad i=5, 6. \quad (1.25)$$

При постановке задачи принималось, что на внутренних поверхностях тепловой изоляции подающего и обратного трубопроводов поддерживается постоянная температура, равная температуре теплоносителя в трубе:

$$T_{2,n} = T_n = \text{const}, \quad (1.26)$$

$$T_{2,o} = T_o = \text{const}. \quad (1.27)$$

На границе раздела «грунт – окружающая среда» осуществляются условия конвективного теплообмена:

$$-\lambda_6 \frac{\partial T_6}{\partial y} = \alpha (T_6 - T_7). \quad (1.28)$$

В местах соприкосновения слоев реализуются условия идеального теплового контакта:

$$\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x} = \lambda_j \frac{\partial T_j}{\partial x}, \quad T_i = T_j, \quad i,j=4, 5, 6, \quad i \neq j, \quad (1.29)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} = \lambda_j \frac{\partial T_j}{\partial y}, \quad T_i = T_j, \quad i,j=4, 5, 6, \quad i \neq j, \quad (1.30)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_{i,n}}{\partial x} = \lambda_j \frac{\partial T_{j,n}}{\partial x}, \quad T_i = T_j, \quad i,j=2, 3, \quad i \neq j, \quad (1.31)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_{i,n}}{\partial y} = \lambda_j \frac{\partial T_{j,n}}{\partial y}, \quad T_i = T_j, \quad i,j=2, 3, \quad i \neq j, \quad (1.32)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_{i,o}}{\partial x} = \lambda_j \frac{\partial T_{j,o}}{\partial x}, \quad T_i = T_j, \quad i,j=2, 3, \quad i \neq j, \quad (1.33)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_{i,o}}{\partial y} = \lambda_j \frac{\partial T_{j,o}}{\partial y}, T_i = T_j, i,j=2, 3, i \neq j. \quad (1.34)$$

Для тепловой изоляции и покровного слоя подающего и обратного трубопроводов выполняются условия симметрии:

$$\frac{\partial T_{i,n}}{\partial \Theta} = 0, i=2, 3, \quad (1.35)$$

$$\frac{\partial T_{i,o}}{\partial \Theta} = 0, i=2, 3. \quad (1.36)$$

На достаточно большом расстоянии от теплопровода (рисунок 1.2,а) градиенты температур в грунте равны нулю:

$$\frac{\partial T_6}{\partial x} = 0, x \rightarrow \pm\infty, \quad (1.37)$$

$$\frac{\partial T_6}{\partial y} = 0, y \rightarrow -\infty. \quad (1.38)$$

Скорость движения воздуха в полостях двухячейкового канала (рисунок 1.2,а) на внешней поверхности покровных слоев подающего и обратного трубопроводов, а также на внутренней поверхности стенок канала равна нулю (условия прилипания):

$$w_{x,n} = w_{y,n} = 0, \quad (1.39)$$

$$w_{x,o} = w_{y,o} = 0. \quad (1.40)$$

Обозначения: T – температура, К; x, y, Θ – координаты; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); c – теплоемкость, Дж/(кг·К); ρ – плотность, кг/м³; p – давление, Па; w_x, w_y – составляющие скорости в проекции на оси координат, м/с; ν – кинематическая вязкость, м²/с; g – ускорение силы тяжести, м/с²; β – коэффициент температурного расширения, К⁻¹; α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К). Индексы: 1–6 – номера областей расчета (рисунок 1.2,а); 7 – окружающая среда; п, о – подающий и обратный трубопроводы соответственно. Аналогичная задача решалась Половниковым В.Ю. дополнительно в [68] и [69].

По результатам работы Половниковым В.Ю. установлены масштабы тепловых потерь и закономерности теплопереноса в зонах размещения подземных тепловых сетей при прокладке трубопроводов в двухячейковых каналах, показана

возможность проведения анализа тепловых потерь двухъячейковых канальных тепловых сетей с использованием модели и методики, предназначенных для расчета теплопотерь одноячейковых теплопроводов. При этом в представленной работе тепловое взаимодействие сети трубопроводов с грунтом подробно не рассматривается.

Схожим направлением исследования теплораспределения в грунте является изменение геометрических параметров самой трубы. Коллективом авторов, Гильманов А.Я., Кимом А.С., Шевелёвым А.П., в работе [70] были рассмотрены расчёты эффективности использования термостабилизатора с оребрением внешней поверхности и без него.

Для разработки физико-математической модели термостабилизатора вводятся следующие допущения: задача рассматривается в квазиодномерном приближении, поскольку во внутренней части термостабилизатора движение хладагента происходит вдоль вертикальной координаты, а теплообмен в системе термостабилизатор–грунт является осесимметричным, грунт находится в замороженном состоянии, температура в грунте распределена по линейному закону в соответствии с геотермическим градиентом, температура окружающей среды осредняется по сезону с отрицательным значением температур для оценки конвективного теплового потока хладагента внутри термостабилизатора, используются стационарное и односкоростное приближения, поскольку межфазное трение мало в силу низких скоростей потока хладагента, а сезонные колебания температур не учитываются, трением хладагента о стенки термостабилизатора в силу небольших скоростей пренебрегается, система находится на линии насыщения. Внутри термостабилизатора устанавливается устройство, разделяющее потоки хладагента на однофазный поток жидкости, движущийся от радиатора вниз, и двухфазный поток хладагента, движущийся в противоположном направлении. Вводится цилиндрическая система координат с радиальной осью r , м, и вертикальной осью z , м. Изменением параметров относительно полярного угла пренебрегается в силу симметрии. Используется теория плоских сечений, подразумевающая усреднение по r параметров хладагента

внутри термостабилизатора. У пассивного термостабилизатора выделяются два основных режима работы: активный (в зимний период) и пассивный (в летний). В работе рассматривается только активный (зимний) период его работы. В такой постановке задача разбивается на три подзадачи: расчёт движения жидкого хладагента внутри термостабилизатора от радиатора к основанию трубы (внутренний поток); моделирование двухфазного потока хладагента при его движении от основания к радиатору с учётом фазового перехода первого рода (внешний поток); описание тепловых потоков от термостабилизатора в грунт. В рамках текущего исследования выделим из данной работы математическое описание третьей задачи.

Итак, третья подзадача описывает теплообмен термостабилизатора с окружающим грунтом. Такой процесс описывается одномерным стационарным уравнением теплопроводности с зонально-неоднородным распределением теплофизических свойств материалов (рисунок 1.3):

$$\frac{1}{r\rho c_p} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0, \quad (1.41)$$

где ρ – плотность материала, проводящего через себя тепловое поле, кг/м³; c_p – удельная изобарная теплоёмкость этого материала, Дж/(кг·К); λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К). r_{out1} – внешний радиус внешней трубы, м; λ_1 – коэффициент теплопроводности стали, Вт/(м·К); λ_2 – коэффициент теплопроводности грунта, Вт/(м·К).

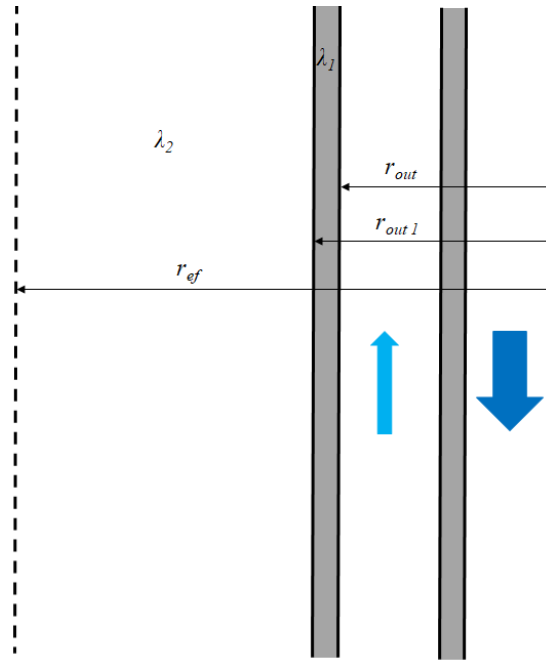


Рисунок 1.3 – Зонально-неоднородное распределение значений коэффициент теплопроводности для цилиндрической трубы

Тогда граничные условия для уравнения ((1.41) принимают вид:

$$T(r = r_{out}) = T(z), \quad (1.42)$$

$$T(r = r_{ef}) = T_r, \quad (1.43)$$

где T_r – температура невозмущённого грунта, К.

С учётом граничных условий решение уравнения теплопроводности ((1.41) для теплового потока в системе грунт–термостабилизатор имеет вид:

$$Q = \frac{2\pi h(T_r - T_s)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_{out1}}{r_{out}} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_{ef}}{r_{out1}} + \frac{1}{\alpha_1 r_{out}}}, \quad (1.44)$$

где коэффициент теплоотдачи с внутренней поверхности внешней трубы вычисляется по формуле:

$$\alpha_1 = \frac{Q_c}{2(T_w - T_s)\pi r_{out} h}, \quad (1.45)$$

Здесь T_w – температура внешней стенки внешней трубы, К, определяемая как

$$T_w = T_s + \frac{Q}{2\pi h \lambda_1} \ln \frac{r_{out1}}{r_{out}}, \quad (1.46)$$

а Q_c – конвективный тепловой поток, Вт:

$$Q_c = \left(\rho_f \alpha_f c_f + \rho_g \alpha_g c_g \right) v S (T_s - T_e), \quad (1.47)$$

где T_e – температура воздуха на поверхности, К, ρ_f и ρ_g – плотности жидкой и газовой фаз хладагента, кг/м³; α_f и α_g – массовое содержание жидкой и газообразной фаз в общем потоке; c_f и c_g – удельные теплоёмкости жидкой и газовой фаз хладагента, Дж/(кг·К); S – площадь поперечного сечения зазора между внутренней и внешней трубой термостабилизатора, м²; h – длина трубы термостабилизатора, м; Q – тепловой поток на внешней границе внешней трубы, Вт.

Учёт оребрения внешней поверхности внешней трубы термостабилизатора в рамках классической теплофизической теории не применим, поскольку эта теория предполагает конвективный теплообмен внешней среды с рёбрами, а замороженный грунт является неподвижной средой. Поэтому предлагается развить концепцию скин-фактора, описанном в [71]. Как правило, на практике при использовании концепции скин-фактора для характеристики этого эффекта вводится эффективный увеличенный размер скважины, граница которой проходит по половине длины образовавшейся техногенной трещины. При развитии концепции скин-фактора в силу аналогии увеличение теплового потока за счёт оребрения учитывается увеличением размеров внешней трубы термостабилизатора таким образом, чтобы её эффективная граница проходила посередине рёбер. Поэтому предполагается введение эффективного радиуса внешней трубы термостабилизатора как её исходного радиуса с добавкой дополнительного размера δ , м, принимаемого равным половине длины рёбер (рисунок 1.4).

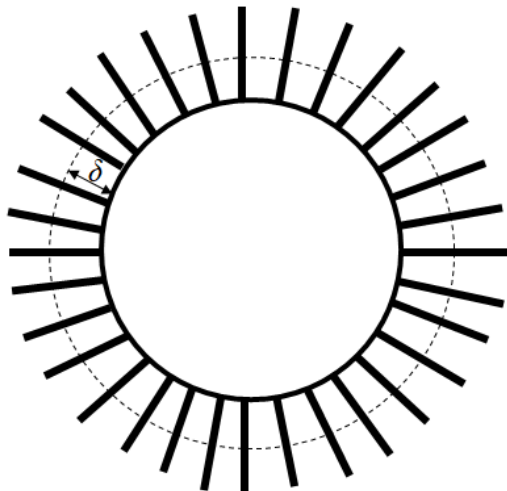


Рисунок 1.4 – Оребрённая поверхность трубы

Для определения теплового потока ((1.41) с учётом выражений ((1.42)–((1.43) используется метод простой итерации. В выводах работы также приводится график теплораспределения в грунте, при этом не говорится на какой глубине и с помощью какого ПО сделан данный расчет (рисунок 1.5).

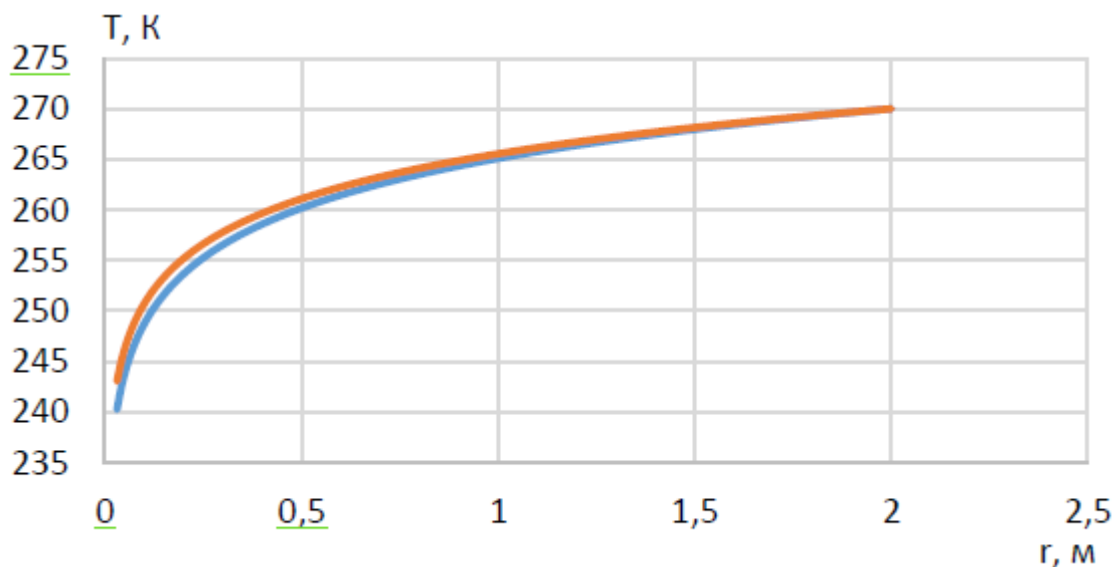


Рисунок 1.5 – Распределение температуры в грунте: синяя кривая соответствует трубе с оребрением, красная – трубе без оребрения

Из представленного в работе графика (рисунок 1.5), видно, что показания не выходят на асимптоту, что говорит нам о не полной достоверности проведенного исследования.

Схожую с нашей задачей, рассматривают в своем исследовании Базаров А.А., Данилушкин А.И. в статье [72]. В их работе рассмотрен комплекс вопросов по моделированию гидродинамических и тепловых процессов в системе «газовый поток – труба – окружающая среда».

В работе рассматривается задача теплообмена между поверхностью трубы, грунтом и атмосферой (рисунок), которая описывается дифференциальным уравнением в частных производных, взятых из фундаментальной работы [73].

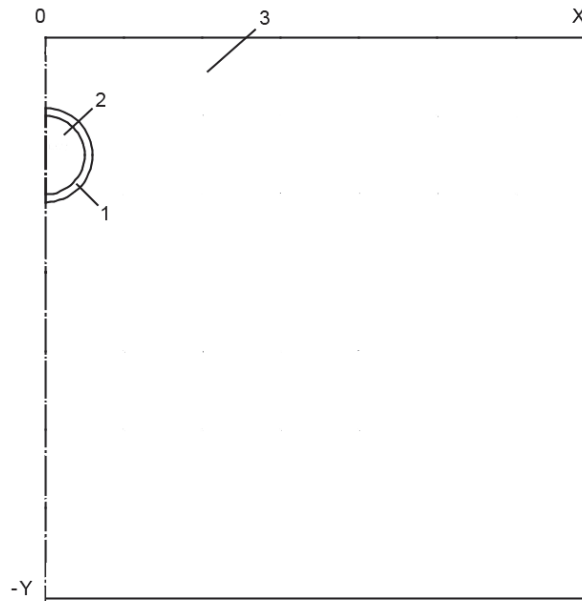


Рисунок 1.6 – Геометрическая модель трубы в траншее: 1 – труба, 2 – газ, 3 – грунт

Расчетная область заранее неизвестных размеров охватывает грунт и расположенный в нем трубопровод.

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.48)$$

Граничные условия состоят из нескольких составляющих. Теплообмен поверхности грунта с атмосферой является конвективным:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha (T(0, x) - T_{surf}). \quad (1.49)$$

Теплообмен на горизонтали на расчетной глубине y_{max} осуществляется при неизменной температуре в течение года, что соответствует граничным условиям первого рода

$$T(y_{max}, x) = T_g. \quad (1.50)$$

На внутренней поверхности трубы задается температура, которая соответствует среднему значению температуры газового потока на рассматриваемом участке:

$$T(l_{int}) = T_{gas}. \quad (1.51)$$

Теплообмен на вертикальных участках границы области представлен изоляцией:

$$\frac{\partial T(x_l, y)}{\partial x} = 0, \frac{\partial T(x_r, y)}{\partial x} = 0. \quad (1.52)$$

Здесь λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); α – коэффициент конвективного теплообмена; T_{surf} – температура на поверхности грунта; T_g – температура грунта на искомой глубине y_{max} ; x_l , x_r – координаты левой и правой границ области.

Расчет теплового потока Q_1 был выполнен в ПО Comsol, однако, как и описанное нами в главе 3.1 исследование теплового потока в Ansys, не дал достаточно точных результатов. Связано это с тем, что и ПО Comsol и Ansys Fluent не могут считать тепловой поток в бесконечном пространстве. Коллектив авторов столкнулся с этой же проблемой и ограничил свои вычисления на площади в 100 м в ширину и 55 м в глубину. Далее процесс теплообмена трубопровода разделяется на две составляющие: передача тепла к нижней поверхности области грунта и к границе с воздухом. Вторая составляющая учитывает два процесса: передача тепла теплопроводностью от поверхности трубы до границы с воздушной средой и конвективный теплообмен поверхности грунта с атмосферой. В дальнейшем коллектив авторов не решает данную проблему вычисления теплового потока от поверхности грунта и от трубы в грунт. Нахождение теплового потока от трубы в грунт проводится посредством введения дополнительного коэффициента K :

$$Q_2 = \alpha_1 S K (T_p - T_g) + \alpha_2 S (1 - K) (T_p - T_A). \quad (1.53)$$

Здесь K – весовой коэффициент; T_p – температура трубы; T_g – температура грунта; T_A – температура воздуха; α_1 – расчетный коэффициент теплообмена трубы с грунтом; α_2 – расчетный коэффициент конвективного теплообмена трубы с воздухом; S – площадь поверхности трубы длиной 1 м.

Подбор коэффициента K (равен от 0,35 до 0,15) выполнен для частного случая расположения трубопровода, при изменении геометрических параметров трубопровода и изменении глубины залегания коэффициент K потребует повторного пересчета. При этом отметим, что коэффициент K приводится не к математическим изысканиям или практическому эксперименту, а непосредственно к результатам вычислений стороннего ПО, что является недопустимым.

В тоже время математический аппарат, описывающий тепловой поток в шаре и конусе приводится в работе Карслоу Г. и Егер Д. [74]. В главе 9 при помощи классического метода разделения переменных решен ряд важных задач для шара, полого шара и области, ограниченной изнутри сферической поверхностью. Также в части § 9 гл. XIII приводятся решения задач о составных шарах, сферических или неограниченных областях со сферическим сердечником из идеального проводника, о выделении тепла в неограниченной среде.

Решение схожей с нашей задачей был приведен в работе А.Ю. Крайнова [75]. Так, в главе 3.6 «Теплопередача через сферические и цилиндрические слои» приводится математический уравнение стационарной теплопроводности для цилиндрического и сферического слоев, а также определение теплового потока через шаровой слой из закона Фурье. В главе 3.7. «Теплообмен шара с окружающей средой» приводится математический аппарат по теплообмену шара с окружающей средой, однако, здесь не определяется погрешность вычислений и окружающая среда считается бесконечной, поэтому данный математический аппарат в нашем случае не подходит для определения теплораспределения в грунте.

Фундаментальной работой по определению теплораспределения в граунте является работа Полубаринова-Кочиной П.Я. [114], гл. IX, §6. В данной монографии сформулирован и рассмотрен комплекс фундаментальных проблем теории фильтрации, объединяющий математические, физические и прикладные аспекты. Ряд математических постановок, выдвинутых Полубариновой-Кочиной П.Я. был доработан и использован в нашей работе в части 2.2.

Задачи по теплопередаче теплоты через цилиндрическую и шаровую стенку также рассматривались коллективом авторов Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. в работе [76]. Помимо этого в работе приводится обобщенное решение задач теплопроводности в плоской, цилиндрической и шаровой стенках.

На основе приведенных методов расчета можно сделать вывод о том, что данные источники не могут быть полностью применены для решения задачи по теплоотводу от сферического (цилиндрического) тела в грунте и определению температуры на поверхности грунта.

Разработанный математический аппарат приближенно-аналитического расчета стационарного теплоотвода от заглубленных сферических и цилиндрических источников, а также их периодических рядов в полуограниченном грунтовом массиве, с математически обоснованной оценкой погрешностей, может быть использован для быстрой оценки и параметрической оптимизации систем подземного аккумулирования тепловой энергии, грунтовых теплообменников тепловых насосов, магистральных трубопроводов в условиях криолитозоны, высоковольтных кабельных сетей и инфраструктурных комплексов активного антиобледенения. Помимо прикладных задач нефтегазового и строительного секторов, где требуется учет взаимного теплового влияния параллельных магистралей и конвективного теплообмена на поверхности земли, предложенные аналитические зависимости имеют важное методологическое значение, так как могут служить в качестве эталонных тестовых задач для верификации сеточных моделей в коммерческих CFD-комплексах, позволяя корректно задавать граничные условия на бесконечности и существенно сократить вычислительные затраты.

1.4 Использование низкопотенциального тепла в тепличном овощеводстве

Поддержание оптимальной температуры в теплицах является одной из ключевых задач для успешного выращивания растений. Традиционные методы обогрева теплиц, такие как использование электричества или топлива, часто требуют значительных затрат энергии, дополнительного технического оснащения и людских ресурсов, из-за чего могут быть неэффективными в долгосрочной перспективе, сложны в обслуживании или не надежны. Поэтому разработка альтернативных систем, использующих природные ресурсы и физические процессы, становится все более актуальной.

Зимнее тепличное овощеводство играет ключевую роль в устойчивом обеспечении населения продуктами питания, особенно в регионах с неблагоприятным для открытого грунта климатом [77]. В последние годы площадь зимних тепличных комплексов в России продолжает уверенно расти. По данным, озвученным на VI Сельскохозяйственном форуме-выставке «Тепличная отрасль – 2025», к концу 2024 года она достигла около 3,35 тыс. Га, что примерно на 70 Га

больше, чем годом ранее. На том же форуме подчеркнуто, что приоритетом отрасли остаются строительство, реконструкция и модернизация производственных мощностей с целью довести площадь зимних теплиц до 3,4 тыс. Га к концу 2025 года [78]. Однако обеспечение оптимального микроклимата в теплицах требует больших энергозатрат, прежде всего на отопление. Отопление теплиц остается одной из самых энергоемких статей. По разным оценкам, на него приходится от 30 до 70 % совокупных эксплуатационных затрат в тепличном производстве в зависимости от климатической зоны [79]. В условиях России доля расходов на обогрев может достигать 30-50 % в себестоимости овощей, выращенных в зимних теплицах [80, 81]. Традиционно теплоснабжение теплиц базируется на сжигании ископаемого топлива. Прежде всего природного газа, реже угля или жидкого топлива, что не только повышает затраты, но и увеличивает углеродный след производства [82, 83]. Кроме того, конструкции теплиц характеризуются значительными потерями тепла: светопрозрачные ограждения (особенно пленочные) обладают низкой теплоизоляцией, из-за чего внутренняя температура быстро снижается без обогрева. Таким образом, высокие энергетические и финансовые издержки тепличного производства требуют разработки энергоэффективных технологий отопления.

Повышение энергоэффективности и снижение энергетических затрат на отопление теплиц остаются ключевыми задачами аграрной энергетики. В последние годы реализуются проекты по совершенствованию ограждающих конструкций, утеплителей, вентиляции и управления микроклиматом, а также по внедрению возобновляемых источников энергии (ВИЭ) и утилизации низкопотенциального тепла, что снижает зависимость от ископаемого топлива [84].

Среди альтернативных решений применяются электрические системы обогрева – греющие кабели, почвенные электронагреватели и позисторные элементы, обеспечивающие стабильную температуру корнеобитаемого слоя. Наиболее перспективными признаны тепловые насосы воздуха и грунта: при среднем COP равным 3,5 они демонстрируют высокую энергоэффективность и

позволяют сократить выбросы CO₂. Кроме того, те же установки могут работать на охлаждение, что важно для южных регионов [85].

Широко применяются и солнечно-биоэнергетические схемы. Известны пассивные («китайские» солнечные теплицы) и активные системы с солнечными коллекторами и ФЭП панелями. Их эффективность увеличивается при комбинации с биотопливными котлами [86]. В Китае, например, внедрены котельные на древесных пеллетах мощностью 1,2 МВт, что обеспечило двукратное снижение затрат за счет замещения угля [87].

Перспективный резерв – утилизация вторичного тепла. Тепличные хозяйства используют котлы-утилизаторы для отбора тепла дымовых газов газопоршневых и газотурбинных установок. Такие когенерационные системы одновременно покрывают тепловую нагрузку и подают CO₂ растениям [88].

Для сглаживания разбалансировки между генерацией ВИЭ и теплопотреблением теплиц все шире внедряются накопители энергии. Использование материалов с фазовым переходом (PCM), водяных и грунтовых теплоаккумуляторов позволяет повысить ночные температуры на 5-9 °С и снизить энергопотребление на 10-14 % [89].

Активные грунтовые аккумуляторы выполняются в виде трубчатого контура под теплицей: избыток тепла аккумулируется днем и возвращается ночью. В связке с тепловыми насосами система обеспечивает обогрев и охлаждение [90, 91].

Таким образом, перспективным направлением является комбинированное использование ВИЭ и высокоэффективных тепловых накопителей энергии в системах обогрева теплиц. Накопители тепловой энергии аккумулируют избыток энергии, вырабатываемый ВИЭ в периоды пиковой генерации, и отдают ее в фазы дефицита, повышая надежность теплоснабжения [92]. На практике это реализуется, например, через буферные водяные баки: современные тепличные комплексы запасают дневное тепло от котельных или солнечных коллекторов и используют его ночью, что повышает стабильность и снижает расход топлива [93].

В Нидерландах внедрены сезонные системы хранения тепла в водоносных горизонтах: избыточное геотермальное или солнечное тепло летом закачивается в

подземный водоносный пласт, зимой извлекается для отопления теплиц [94]. Для регионов с суровым климатом требуются аккумуляторы, способные работать при высоких температурах и минимальных теплопотерях. Здесь перспективны тепловые накопители энергии на расплавах солей и жидких металлах, обеспечивающие рабочий диапазон в несколько сотен градусов и высокую плотность энергии [95, 96].

Для уменьшения утечек тепла разрабатываются многослойные теплоизоляции с чередованием отражающих экранов и газовых прослоек, что позволяет длительно удерживать тепло при компактных размерах аккумулятора [97]. Такие решения особенно полезны, когда избыток электроэнергии от солнечных батарей или ветрогенераторов преобразуется в тепло и аккумулируется в высокотемпературных тепловых накопителях энергии для последующего использования. Внедрение технологий накопления энергии увеличенной емкости является необходимым условием для глубокой интеграции возобновляемой энергетики в энергосистему.

Практическую состоятельность интеграции накопителей энергии в распределенные и автономные энергосистемы подтверждают результаты отечественных исследований. Так, для локальных сетей предложен сверхпроводящий электрокинетический накопитель СПЭНЭ-1, выполняющий функции регулятора энергетических потоков [98]. Эксперименты с многоэлементными литий-ионными батареями показали, что корректная стратегия заряд-балансировки повышает КПД накопителя и снижает эксплуатационные потери [99]. В автономных дизельных энергокомплексах включение электрохимических накопителей позволило сократить расход топлива до 15 % [100]. Недавние комплексные испытания модульного комплекса СПЭНЭ-1 подтвердили его работоспособность в низкотемпературных условиях и масштабируемость для распределенной энергетики [101].

Одним из вариантов решения проблемы обогрева тепличного хозяйства является аккумулирование теплоносителя – нагретую воду в шахтах в неотопительный период. Во время снижения температур в шахты с нагретой водой

подают воздух из помещения теплицы, одновременно откачивая воду из других шахт, расположенных по площади помещения теплицы. При этом за счет разности давлений в водоносном слое грунта нагретая вода перемещается в грунте по площади теплицы. Воздух, смешанный с водой, через поры грунта поднимается вверх, увлажняя и подогревая почву [102]. Однако такой способ хранения низкопотенциального тепла требует создания дополнительных подземных резервуаров с водой значительного объема, а также наличие дополнительного циркуляционного оборудования теплоносителя и оборудования вентиляции. Схожим же решением является и концепция тепличного устройства с обогревом почвы разработки В.В. Белова [103], однако, и оно требует дополнительного оборудования для обеспечения воздухообмена и циркуляции теплоносителя.

Дополнительной сложностью в поддержании микроклимата в тепличном хозяйстве имеются у удаленных от энергетической системы фермерств. Решением для данных удаленных объектов могла бы стать возобновляемая энергетика, описанная, к примеру, в работе Емельяновой Е.В. [104] или весьма сложное автоматизированное решение Юдаева И. В. [105], в рамках которого применены не только солнечные панели, но и солнечные коллекторы, обеспечивающие дополнительный приток тепловой энергии в теплицу. При использовании возобновляемой энергетики необходимо помнить, что данный вид производства энергии напрямую привязан к погодным условиям и непосредственно ко времени года, поэтому применение данных решений ограничено климатическими условиями и географическим расположением объектов. Также необходимо помнить, что применение возобновляемых источников энергии подразумевает использования дополнительного оборудования: контроллеров заряда и разряда, аккумуляторную батарею, инверторное оборудование, оборудования распределения электроснабжения и т.д. Применение актуально только в том случае, когда возобновляемые источники взаимно резервируются, к примеру использование малых гидроэлектростанций, ветрогенераторов, или применяется третий источник электроснабжения – стационарная дизельная электростанция (ДЭС). Пример реализации комбинированного решения для фермерских и

тепличных хозяйств приведен в работе Смаилова Э.А. [106]. Также необходимо иметь в виду и интенсификацию тепла солнечной энергии грунтом, рассмотренной в работе [107].

Помимо возобновляемой энергетики используется и классическая малая генерация с использованием газовых генераторов и генераторов на твердом топливе. В данном случае весьма технологичным является решение Алексеева А.М. [108, 109], применившим в своем проекте двигатели Стирлинга и инфракрасные излучатели для создания оптимальных температурных условий. Хотя и имея низкий КПД для предлагаемой системы, двигатель Стирлинга способен не только обеспечить электроснабжения оборудования теплицы, но и выдать значительную тепловую мощность, применение которой может дополнительно обеспечить обогрев теплиц и смежных помещений. Применение данной системы подразумевает бесперебойную работу, однако, требует наличие постоянного источника топлива (газа, древесных материалов или угля). Применение данного решения может быть ограничено высокой стоимостью двигателей Стирлинга и непосредственного дополнительного периферийного оборудования.

Помимо классических вариантов обогрева теплицы, формируются концепции подогрева грунта за счет низкопотенциального тепла атомных электрических станций (АЭС) [110, 111]. В том числе предусматривается развитие применения тепла от АЭС не только на действующих, но и на законсервированных атомных станциях [112]. В то же время применение низкопотенциального тепла от АЭС для нужд сельского хозяйства актуально, потому требует дополнительных исследований и тщательной проработки технических решений.

Глава 2. Математическое моделирование теплоотвода в грунте

2.1 Приближённо-аналитическое решение для теплоотвода от сферического тела в грунте

2.1.1 Описание задачи по расчету теплоотвода от сферического тела в грунте

Рассмотрим установившийся отвод теплоты от сферического тела, расположенного под горизонтальной поверхностью грунта. Радиус тела R , температура поверхности t_w , глубина заложения (от поверхности до верхней точки) h_0 . Массив грунта однородный, занимает полупространство, его коэффициент теплопроводности равен λ ($\lambda = const$). На поверхности грунта – теплоотдача к воздуху с коэффициентом α . Температура грунта с удалением от тела приближается к температуре воздуха, равной t_0 , ($t_0 < t_w$). Требуется определить тепловой поток Q , Вт, отводимый от тела.

2.1.2 Математическая постановка задачи по расчету теплоотвода от сферического тела в грунте

Задача является двумерной осесимметричной. Обозначим Z координату, направленную вертикально вверх, радиальную координату – r (расстояние от оси O_z). Область $DABOD$, в которой ищется решение – квадрант $r \geq 0, z \leq 0$ с вырезанным полукругом (рисунок 2.1). Вместо температурного поля $t(r, z)$ целесообразно рассматривать избыточную температуру $\vartheta(r, z) = t(r, z) - t_0$, обозначив, соответственно, $\vartheta_w = t_w - t_0$. Стационарное уравнение теплопроводности $\nabla^2 \vartheta = 0$ в координатах (r, z) принимает вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1)$$

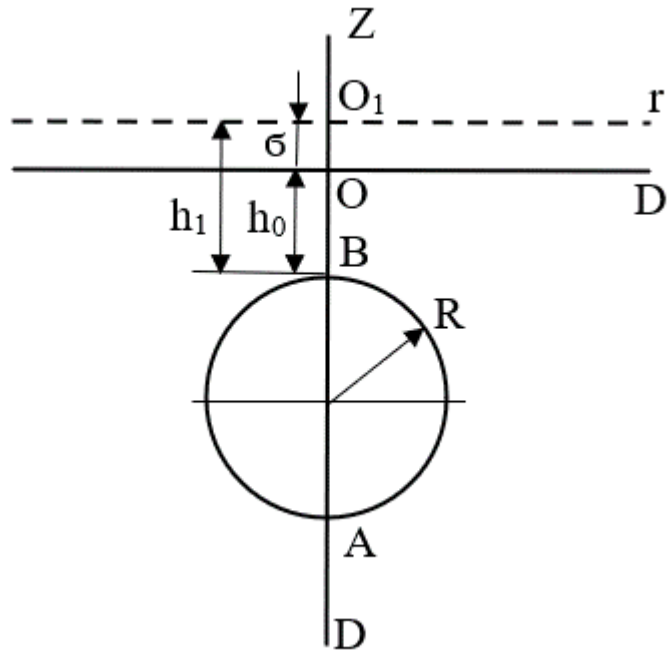


Рисунок 2.1 – Расчётная схема

Граничные условия по участкам:

– на AB : (поверхность тела) $\vartheta = \vartheta_w$ при:

$$r^2 + (z + R + h_0)^2 = R^2 \quad (2.2)$$

– на OD (поверхность грунта): условие теплоотдачи $\frac{\partial \vartheta}{\partial z} = -\frac{\alpha}{\lambda} \vartheta$ при $z = 0$;

– на AD и OB (ось симметрии): при $r = 0, z < -H$ в силу вырождения уравнения достаточно требовать ограниченности t , но для определённости можно поставить условие симметрии $\frac{\partial \vartheta}{\partial r} = 0$;

– в точке D : (на удалении от тела) температура должна приближаться к исходной: $\vartheta \rightarrow 0$ при $r^2 + z^2 \rightarrow \infty$.

Обычный путь расчёта задачи в приведённой постановке – на основе численных сеточных методов. Однако свои преимущества может дать решение в виде математических формул. Имеем предположение, что данная задача так уже решалась, если не для тепла, то в гидромеханике или аналогичной физической постановке, без условия III рода на $z = 0$.

2.1.3 Учёт условия теплоотдачи

Проведем учет условия теплопередачи. Первое упрощение использует известное свойство, что термическое сопротивление теплоотдачи с коэффициентом α совпадает с сопротивлением теплопроводности слоя среды толщиной σ . Поэтому «нарастим» верхнюю границу грунта слоем толщиной $\sigma = \frac{\lambda}{\alpha}$, что сведётся к замене в постановке значения заглубления тела h_0 на $h_1 = h_0 + \sigma$ и, отсчитывая вертикальную координату от новой верхней границы грунта $z_1 = z - \sigma$, будем принимать на верхней границе условие I рода $\vartheta|_{z_1=0} = 0$. Если σ малое по сравнению с h_0 и/или R , то линии теплового потока в этом слое толщиной σ будут мало отличаться от вертикальных (перпендикулярных слою), то есть погрешность при такой замене условия теплоотдачи на дополнительный слой грунта будет небольшой.

Ниже будем считать такую замену выполненной, понимать под h «наращенное» заглубление h_1 , для простоты опуская индекс «1» у z и h , и считать выполняющимся на верхней границе условие:

$$\vartheta|_{z=0} = 0, \quad (2.3)$$

2.1.4 Замена поля от рассматриваемого тела на поле от точечных источников-стоков

Далее используем известный приём с заменой поля от рассматриваемого тела на поле от точечных источников-стоков. Вспомним, что теоретическое решение для температурного поля от точечного источника теплоты с потоком Q , расположенного в неограниченном пространстве в точке $r = 0$, $z = a$ имеет вид

$$\vartheta(r, z) = \frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z - a)^2}}, \quad (2.4)$$

а изотермические поверхности имеют форму сфер. Поэтому это поле совпадает с полем от такого же сферического тела с равной температурой поверхности. Если в пространстве имеются другие объекты, например, источники,

то поле изменится вместе с изотермическими поверхностями, но на небольших расстояниях от источника они всё равно будут близки к сферам.

Для данной задачи рассмотрим систему, состоящую из источника с тепловым потоком Q в точке $r=0$, $z=-a$ и стока (с потоком $-Q$) в точке $r=0$, $z=a$. Температурное поле будет иметь вид:

$$\vartheta(r, z) = \frac{Q}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z+a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-a)^2}} \right), \quad (2.5)$$

Здесь в плоскости $z=0$ будет выполняться условие (2.2), и общая схема поля в нижнем полупространстве отвечает рассматриваемой задаче. При этом форма изотермических поверхностей исказится. Даже довольно близкие к верхней границе изотермические поверхности будут не сильно отличаться от сферических (а с увеличением относительного заглубления быстро приближаются к таковым). Однако их центры окажутся существенно смещены по сравнению с положением источника ($z=-a$). График изотерм отображен на рисунке 2.2.

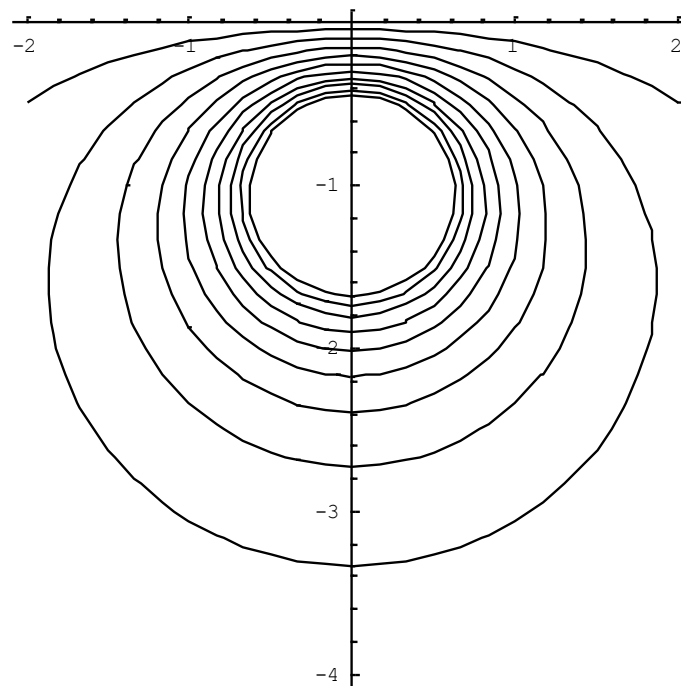


Рисунок 2.2 – график изотерм для $a=1$

С учётом этого будем приближённо заменять рассматриваемое сферическое тело такой изотермической поверхностью этого поля, которая совпадает с телом в верхней B и нижней A точках (за счёт выбора a). (В других местах будет некоторое

отклонение.) Для этого надо получить связь положения источника a с исходными данными задачи R и h при такой замене.

Заглубление верхней точки B известно и равно h . Будем обозначать l расстояние от источника до нижней точки A тела (заглубление $|z|$ которой будет $a + l$). Так как форма изотермических поверхностей этого поля не будет меняться с изменением потока Q , для упрощения выкладок примем $Q = 4\pi\lambda$. Распределение температур на вертикали $r = 0$ будет по (2.5) отвечать соотношениям:

$$\vartheta = \frac{1}{a+z} - \frac{1}{a-z} = -\frac{2z}{a^2 - z^2} \quad \text{при } |z| < a, \quad (2.6)$$

$$\vartheta = -\left(\frac{1}{a+z} + \frac{1}{a-z}\right) = \frac{2a}{z^2 - a^2} \quad \text{при } z < -a, \quad (2.7)$$

В частности, для температур в точках B и A будет $\vartheta_B = \frac{2h}{a^2 - h^2}$ и $\vartheta_A = \frac{2a}{2al + l^2}$. Так как эти температуры равны (одна изотермическая поверхность), приравнявая выражения, получаем соотношение для определения l , приводящее к квадратному $l^2 + 2al - \frac{a(a^2 - h^2)}{h} = 0$. Его решением будет

$$l = -a + \sqrt{a^2 + \frac{a(a^2 - h^2)}{h}} \quad \text{или соответственно:}$$

$$l = a \left(\sqrt{1 + \frac{a^2 - h^2}{ah}} - 1 \right), \quad (2.8)$$

Записывая $R = \frac{1}{2}(l + a - h)$, получаем искомую связь

$$R = \frac{1}{2} \left(a \cdot \sqrt{1 + \frac{a^2 - h^2}{ah}} - h \right). \quad \text{Вместо неизвестного (вспомогательного) параметра } a$$

введём новый параметр $b = a/h$, тогда:

$$\frac{R}{h} = \frac{1}{2} \left(b \cdot \sqrt{1 + \frac{b^2 - 1}{b}} - 1 \right), \quad (2.9)$$

Если заданы R и h , то (2.9) – нелинейное алгебраическое уравнение для определения b . При практических расчётах решение (2.9) легко получить, например, в Excel по «Данные/Анализ «Что если/Подбор параметра» или т.п. На рисунке 2.3 приведен график зависимости b от R/h .

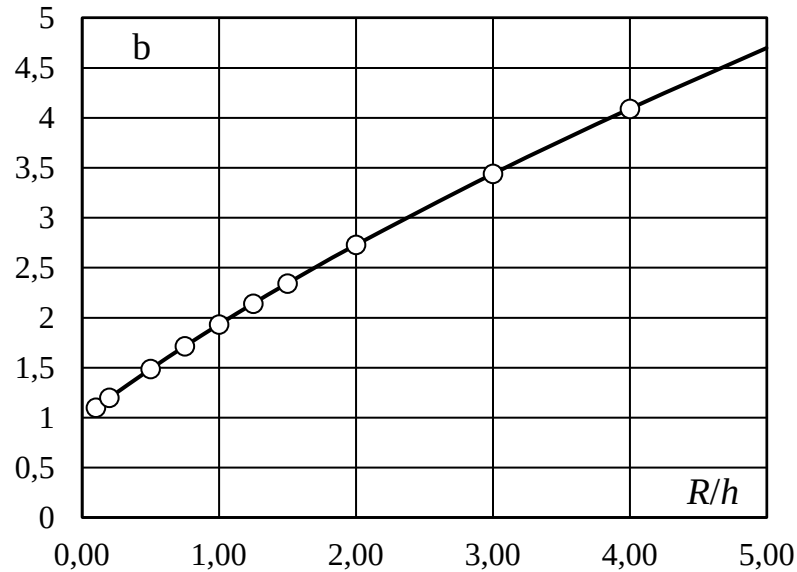


Рисунок 2.3 – График зависимости b от R/h по (2.9)

Подставляя в (2.5) значение температуры ϑ_w на поверхности тела в точке B (где $r = 0$, $z = -h$), получаем формулу для «приближённого» искомого теплового потока тела

$$\tilde{Q} = \frac{2\pi\lambda(a^2 - h^2)}{h} \cdot \vartheta_w, \quad (2.10)$$

После преобразования получим:

$$\tilde{Q} = \lambda \cdot h \cdot K \cdot \vartheta_w, \quad (2.11)$$

где K зависит только от R/h через b . В соответствии с этим получим:

$$K = 2\pi(b^2 - 1), \quad (2.12)$$

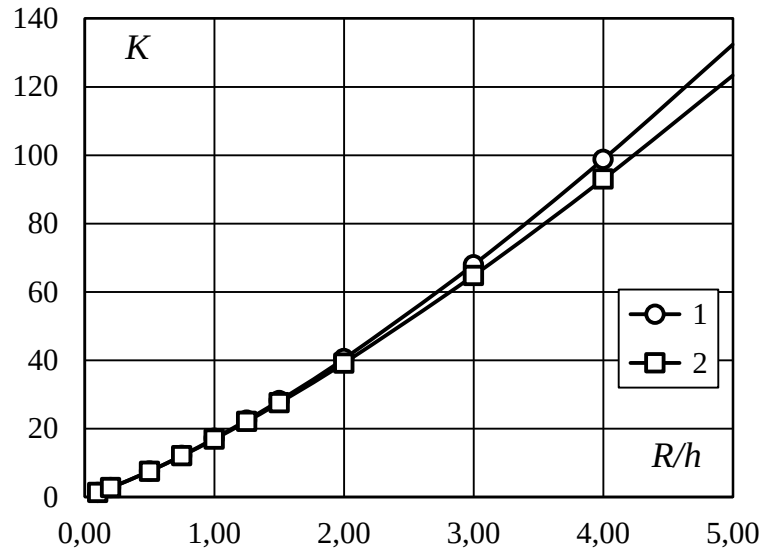


Рисунок 2.4 – Зависимость коэффициента K от R/h .

1 – K от R/h по (2.12); 2 – K^* от R/h по (2.9)

2.1.5 Проведение оценки погрешности, полученной из-за замены

Оценим погрешность после замены переменных. Так как поле на рисунке 2.2 построено так, что условие $\vartheta = \vartheta_w$ выполняется не на заданном сферическом теле, а на некоторой близкой к нему поверхности, это можно рассматривать как неточное задание условия на поверхности сферы. Можно заметить, что изотермические поверхности по сравнению с точными сферами оказываются как бы «поджатыми» в основном сверху. При этом вписанная указанным выше образом между верхней и нижней точкой изотермической поверхности сфера будет (кроме этих точек) лежать внутри этой поверхности, то есть на ней в этом поле будет $\vartheta > \vartheta_w$ (кроме этих точек). Следовательно, полученное по (2.9) значение потока Q будет несколько завышенным.

Можно ожидать, что отличие температуры на сфере от ϑ_w будет близко к наибольшему на горизонтальном «экваторе» сферы, то есть при $r = R$, $z = -(h + R)$, где по (2.12), (2.9) и (2.11) получим:

$$\vartheta = \frac{(a^2 - h^2)}{2h} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + (h + R - a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + (h + R + a)^2}} \right) \cdot \vartheta_w, \quad (2.13)$$

Таким образом, наибольшее относительное отклонение по температуре на поверхности сферы составит порядка:

$$\delta = \frac{(a^2 - h^2)}{2h} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + (h + R - a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + (h + R + a)^2}} \right) - 1, \quad (2.14)$$

Оно тоже зависит только от R/h :

$$\delta = \frac{(b^2 - 1)}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{(R/h)^2 + (1 + R/h - b)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(R/h)^2 + (1 + R/h + b)^2}} \right) - 1, \quad (2.15)$$

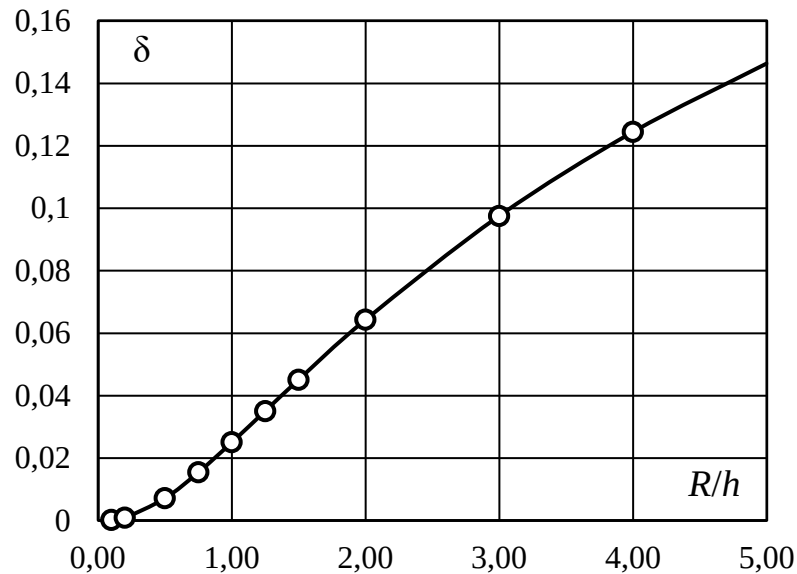


Рисунок 2.5 – График зависимости относительной погрешности по температуре δ от R/h

Видно, что при заглублении сферы более чем на диаметр погрешность составит лишь доли процента, а чем на радиус – менее 2,5 %.

2.1.6 Уточнение решения по теплоотводу от тела в грунте

Выполним уточнение решения 2.11 и 2.12. Как указано выше на рисунке 2.2, приближённые значения $\mathcal{Q}$ на поверхности тела выше, чем $\mathcal{Q}_w$, причём вблизи «полюсов» поверхности касаются, и условие $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}_w$ выполняется почти точно, наибольшие отклонения порядка δ имеют место в зоне «экватора», а в среднем – порядка $\delta/2$. Можно принять, что и относительное отклонение Q тоже будет порядка $\delta/2$, и если в (2.11) вместо K использовать исправленное значение:

$$K^* = K / (1 + \delta/2), \quad (2.16)$$

Найденное значение:

$$Q^* = \lambda \cdot h \cdot K^* \cdot \mathcal{Q}_w, \quad (2.17)$$

окажется более точным, чем $\tilde{Q}$ по 2.11 и 2.12.

2.1.7 Порядок расчёта теплоотвода от сферического тела в грунте

Таким образом, расчёт искомого теплового потока Q^* при заданных исходных параметрах $R, h_0, t_w, t_0, \lambda, \alpha$ будет состоять из следующих шагов:

1. Расчёт температурного напора $\vartheta_w = t_w - t_0$;
2. Учёт сопротивления теплоотдачи $h = h_0 + \lambda / \alpha$;
3. Определение K^* по R / h по (2.9), (2.11), (2.16).
4. Расчёт искомого потока $Q^* = \lambda \cdot h \cdot K^* \cdot \vartheta_w$;
5. Определение порядка точности δ замены по графику 2.5.

2.1.8 Пример расчёта теплоотвода от сферического тела в грунте

Рассмотрим пример расчёта. Пусть задано: $D = 2 \cdot R = 3$ м, $h_0 = 1,5$ м, $t_w = 85$ °С, $t_0 = 5$ °С, $\lambda = 1$ Вт/(м·К), $\alpha = 20$ Вт/(м²·К).

1. $\vartheta_w = 85 - 5 = 80$ °С;
2. $h = 1,5 + 1 / 20 = 1,55$ м;
3. $R / h = 1,5 / 1,55 = 0,9677$; $K^* = 16,29$;
4. Ответ: $Q = 1 \cdot 1,55 \cdot 16,29 \cdot 80 = 2,02$ кВт;
5. С точностью выше 2,5 %.

Таким образом, теплоотвод через грунт оказывается невысоким.

$$\vartheta_w = t_w - t_f, \quad (2.19)$$

Можно ожидать, что линии теплового потока будут подходить к поверхности грунта почти перпендикулярно. Тогда влияние термического сопротивления теплоотдачи на поверхности грунта можно считать эквивалентным термическому сопротивлению слоя грунта толщиной $\sigma^* = \lambda / \alpha$. Это будет справедливо, если выполняется дополнительное условие (см. ниже формулу 2.29). Тогда получим:

$$\sigma^* \ll \sqrt{(b^*)^2 - R^2}, \quad (2.20)$$

Поэтому, вместо исходной области будем рассматривать область с как бы размещённым поверх исходной поверхности грунта ещё слоя толщиной σ^* , на верхней границе которого температура равна температуре воздуха. Следовательно, такая «приведённая» постановка отличается глубиной заложения трубы $b = b^* + \sigma^*$ при граничном условии

$$\vartheta|_{y=0} = 0, \quad (2.21)$$

на поверхности грунта, считая, что начало координат (x, y) лежит на «приведённой» поверхности грунта над центром трубы, так что ось y направлена вертикально вверх, а ось x идёт горизонтально (по «приведённой» поверхности грунта). Значит, центр трубы находится в точке $x_c = 0, y_c = -b$.

2.2.3 Приведённая математическая постановка по расчету теплоотвода от одиночной трубы в грунте

Таким образом, искомая функция $\vartheta(x, y)$ должна удовлетворять уравнению стационарной теплопроводности $\nabla^2 \vartheta = 0$ в рассматриваемой области $(x^2 + (y + b)^2 > R^2) \cap (y < 0)$ при граничных условиях (2.21) и

$$\vartheta|_{x^2 + (y+b)^2 = R^2} = \vartheta_w. \quad (2.22)$$

2.2.4 Решение аналогичной по математической постановке задачи

Решение аналогичной по математической постановке задачи было дано в [113] и приведено в [114], гл. IX, §6, с. 353–355:

$$\vartheta(x, y) = \frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \sqrt{\frac{x^2 + (y-h)^2}{x^2 + (y+h)^2}}, \quad (2.23)$$

где Q – тепловой поток, Вт/м, отдаваемый трубой, и принято $h = b$.

При этом для связи Q и ϑ_w используется соотношение $Q = \frac{2\pi\lambda\vartheta_w}{\ln(2h/R)}$.

Такое решение является приближённым, хотя оно даёт пренебрежимо малую погрешность при $R \ll h$.

Для общего случая целесообразно использовать точное решение. Оно исходит из того же решения (2.23) для размещённых в плоскости переменных X , Y двух точечных особенностей – источника теплоты в точке $x = 0$, $y = -h$ и стока в точке $x = 0$, $y = h$, одинаковой интенсивности Q (пока не заданной). Как известно, изотермы такого температурного поля являются окружностями (прямая $y = 0$ с температурой $\vartheta = 0$ считается частным случаем окружности). Окружности, естественно, неконцентрические, и в полуплоскости $y < 0$ с увеличением радиуса круговых изотерм их центры смещаются вниз от источника (рисунок 2.7, для $h=1$). Так что для изотермы, соответствующей поверхности трубы, будет:

$$b - R < h < b, \quad (2.24)$$

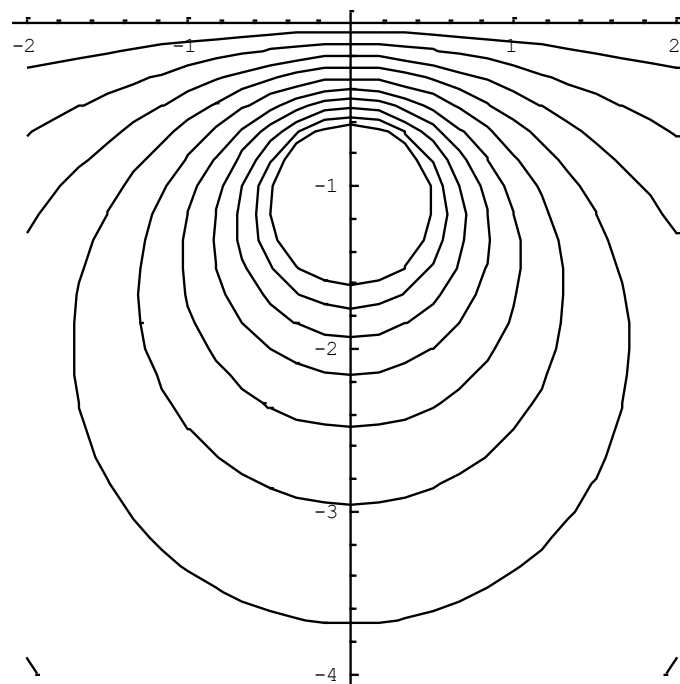


Рисунок 2.7 – Изотермы температурного поля для $h=1$

Линии теплового потока также являются дугами окружностей между этими особенностями. Разумеется, физический, практический смысл будет иметь часть поля при $y < 0$ (точнее, даже $y < -\sigma^*$). Достроим рисунок 2.7 сетью тепловых потоков и получим рисунок 2.8.

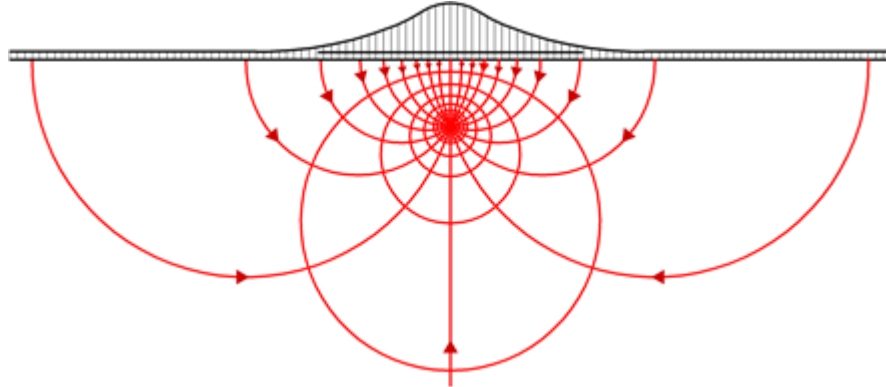


Рисунок 2.8 – Изотермы температурного поля для $h=1$ с сетью тепловых потоков

2.2.5 Дополнительное пояснение по используемому математическому аппарату

При построении аналитических решений плоских краевых задач для физических полей довольно часто применяют размещение точечных особенностей в рассматриваемой области (например [113], гл. IV, [114], гл. III). Видимо, наиболее простым видом особенности является источник в начале координат (например, [113], стр.136–137, [114], с. 240–241), описываемый для координат u, v функцией

$$\vartheta(u, v) = -\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln r, \text{ где } r = \sqrt{u^2 + v^2}. \quad (2.25)$$

Функцию (2.25) можно считать заданной на всей плоскости (u, v) , кроме точки $u = v = 0$, хотя это, разумеется, математическая абстракция, например, из-за нефизичности неограниченно отрицательных значений температуры ϑ при больших r , да и неограниченно больших значений при малых r . Получим температурный график, отображенный на рисунке 2.9.

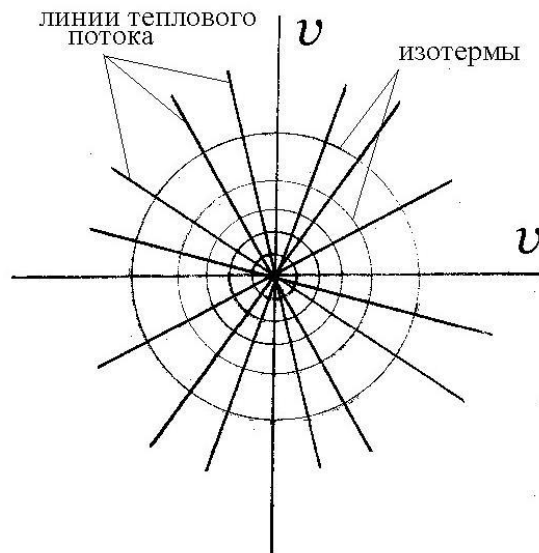


Рисунок 2.9 – Температурный график

Можно отметить, что функция (2.25) является гармонической, то есть отвечает уравнению теплопроводности $\nabla^2 g = 0$ и описывает некоторое условное температурное поле. Его изотермы являются концентрическими окружностями $r = \text{const}$, а линии теплового потока – прямолинейными лучами (исходящими из начала координат, рисунок 2.9). А если, например, выделить область между некоторыми двумя изотермами, то сразу получим вполне практичное решение задачи теплопроводности в цилиндрической стенке.

Как известно, при обсуждаемом построении аналитических решений оказывается эффективным введение комплексных переменных и функций. Так, если ввести $w = u + iv$, то (2.25) можно записать как

$$g = -\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln|w|. \quad (2.26)$$

При обозначении $z = x + iy$ поле температуры (2.24), как и указано в [113, 114], может быть представлено в виде

$$g = \frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \left| \frac{z - ih}{z + ih} \right|. \quad (2.27)$$

Это, как отмечено выше, сумма полей: $-\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln|z + ih|$ источника в точке $z = -ih$ и стока $\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln|z - ih|$ в точке $z = ih$. Но можно подойти несколько иначе.

Функция (2.25) фактически описывает поле от источника в начале координат $w = 0$ и стока в бесконечно удалённой точке $w = \infty$. Аналитическая функция $w = \frac{z + ih}{z - ih}$ осуществляет конформное отображение между плоскостями переменных Z и w , где точкам $w = 0$ и $w = \infty$ соответствуют точки $z = -ih$ и $z = ih$. Эта функция является дробно-линейной, то есть при таком отображении окружности взаимно преобразуются в окружности (см., например, [113], с.134, теорема 2). Это доказывает, что, действительно, в плоскости Z изотермы тоже будут окружностями, а линии теплового потока – дугами окружностей ($\vartheta(z) = \vartheta(w(z))$).

2.2.6 Уточнение решения по теплоотводу от одиночной трубы в грунте

Таким образом, температурное поле $\vartheta(x, y)$, должно иметь вид (2.23), где нужно определить значение параметра h . Будем обозначать символом p аргумент логарифма в (2.23)

$$p = \sqrt{\frac{x^2 + (y - h)^2}{x^2 + (y + h)^2}}. \quad (2.28)$$

Найдём значения p в верхней D и нижней A точках контура трубы $p_D = \left| \frac{y_D - h}{y_D + h} \right|$ и $p_A = \left| \frac{y_A - h}{y_A + h} \right|$ соответственно, учитывая, что там $x = 0$, а $y_D = -(b - R)$, $y_A = -(b + R)$. Поскольку поверхность трубы – изотерма, то $p_D = p_A$, то есть с учётом (2.24) $\frac{b - R + h}{-b + R + h} = \frac{b + R + h}{b + R - h}$, откуда $b^2 - (h - R)^2 = (h + R)^2 - b^2$ или

$$h^2 = b^2 - R^2, \quad (2.29)$$

2.2.7 Определение общего теплового потока от одиночной трубы

Найдём общий поток трубы Q . Для применения (2.23) остаётся определить значение Q . Обозначим p_0 значения p на контуре трубы

$$p_0 = p_D = \frac{h + b - R}{h - b + R} = \frac{\sqrt{b^2 - R^2} + b - R}{\sqrt{b^2 - R^2} - b + R} = \frac{(\sqrt{b^2 - R^2} + b - R)^2}{b^2 - R^2 - (b - R)^2} =$$

$$= \frac{b^2 - R^2 + b^2 - 2bR + R^2 + 2\sqrt{b^2 - R^2}(b - R)}{b^2 - R^2 - b^2 + 2bR - R^2} = \frac{2b(b - R) + 2\sqrt{b^2 - R^2}(b - R)}{2b(b - R)},$$

то есть

$$p_0 = \frac{b}{R} + \sqrt{\left(\frac{b}{R}\right)^2 - 1}. \quad (2.30)$$

Тогда учёт граничного условия (2.22) подстановкой $\mathcal{G} = \mathcal{G}_w$ и $p = p_0$ в (2.23) даёт

$$Q = \frac{2\pi\lambda}{\ln p_0} \mathcal{G}_w. \quad (2.31)$$

2.2.8 Определение потоков теплоты на поверхности грунта

Для учёта распределения потока теплоты, подводимого снизу, надо рассчитать вертикальную составляющую q_y плотности теплового потока

$q_y = -\lambda \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y}$. Возвращаясь к (2.27), можно использовать следующее тождество

(см. например [113], стр. 22, соотношение (2.34) с учётом $\mathcal{G} = \operatorname{Re}\left(\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \frac{z - ih}{z + ih}\right)$)

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \frac{z - ih}{z + ih} \right) = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} - i \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y}. \quad (2.32)$$

Вычисляем:

$$\frac{d}{dz} \left(\ln \frac{z - ih}{z + ih} \right) = \frac{z + ih}{z - ih} \cdot \frac{(z + ih) - (z - ih)}{(z + ih)^2} = \frac{2ih}{z^2 + h^2}. \quad (2.33)$$

В постановке требуется определить распределение $q_0(x)$ плотности теплового потока на поверхности грунта. Напомним, что «практической» поверхности грунта в «приведённой» постановке соответствует линия $y = -\sigma^*$. Однако введение «приведённой» постановки опиралось на близость этих распределений на линиях $y = -\sigma^*$ и $y = 0$. Поэтому допустимо за $q_0(x)$ принимать распределение $q_0(x) = q_y(x, y)|_{y=0}$ на «приведённой» поверхности

грунта. Из (2.32), (2.33) видно, что при $y = 0$ (то есть $z = x$) имеет место $\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = 0$ и $q_x = 0$, как и должно быть по (2.21). А:

$$q_0(x) = -\lambda \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{Q}{\pi} \frac{h}{x^2 + h^2}. \quad (2.34)$$

Выражение (2.34) можно представить в безразмерном виде как зависимость безразмерной интенсивности теплоподвода $\frac{\pi q_0 h}{Q}$ от безразмерной координаты $\frac{x}{h}$

$$\frac{\pi q_0 h}{Q} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2}. \quad (2.35)$$

Её график выразится единой кривой для всех исходных параметров, указанной на рисунке

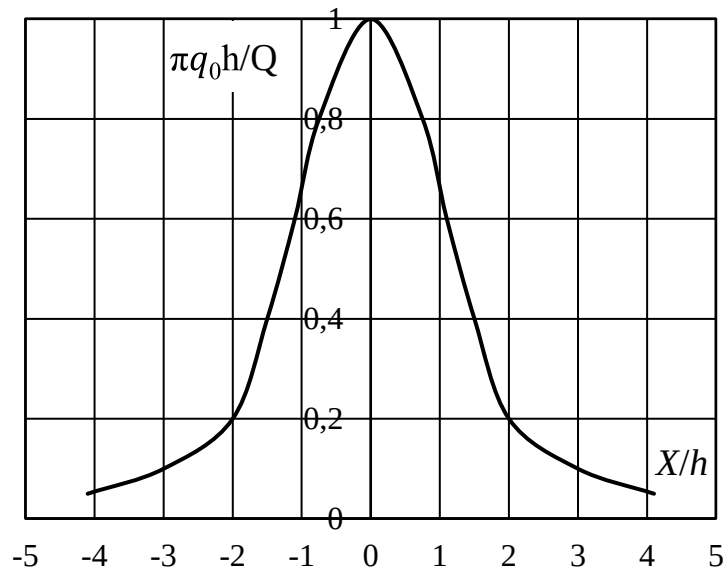


Рисунок 2.10 – График зависимости безразмерной интенсивности теплоподвода $\pi q_0 h / Q$ от безразмерной координаты X / h

Видно, что плотность теплового потока наибольшая непосредственно над трубой (что, конечно, и так очевидно), и падает, например, в 2 раза на расстоянии h (заглубление трубы).

2.2.9 Определение температуры на поверхности грунта

Далее вычислим температуру на поверхности грунта. Так как определены потоки теплоты на поверхности, то на основе соотношения Ньютона для теплоотдачи $q_0(x) = \alpha(t_0(x) - t_f)$ можно найти распределение температуры $t_0(x)$ исходной поверхности грунта

$$t_0(x) = t_f + q_0(x)/\alpha. \quad (2.36)$$

2.2.10 Оценка различия b и h в решаемой математической задаче

Выполним оценку различия b и h . Напомним, что формула (2.23) соответствует моделированию температурного поля от трубы полем от источника, расположенного в точке $x = 0, y = -h$, то есть со смещением вверх от центра трубы, имеющего координаты $x = 0, y = -b$. Как указано в [113, 114] приближённо принималось $h = b$, а при расчёте Q по (2.31) для p_0 вместо точного выражения (2.30) принималось

$$p_0 = \frac{2h}{R}. \quad (2.37)$$

Расчёт этого смещения $\delta = b - h$ по (2.29) показывает, что при достаточно больших относительных заглублениях трубы такое упрощение допустимо и даёт небольшую погрешность. Так, при $b/R \geq 10$ (пять диаметров трубы) величина δ составит менее 5 % от R и менее 0,5 % от заглубления b . Даже при $b/R = 5$ будет, соответственно, 10 % и 2 %. Неточность расчёта p_0 по (2.37) при этих b/R будет даже меньше 1 %. Такие погрешности, наверное, обычно можно считать допустимой. Но при наибольших заглублениях, когда, скажем, $b/R < 4$ и погрешности превысят 12 % и 3 %, указанные упрощения, думается, нежелательны.

Приведённые в настоящей работе формулы представляются достаточно простыми для использования без таких упрощений при любых заглублениях трубы.

2.2.11 Проведение проверки на соответствие контура трубы изотерме

Выполним проверку, что контур трубы – изотерма. Как указывалось выше, из общих соображений следует, что изотермы температурного поля (рисунок 2.9) имеют форму окружностей. В частности, изотерма, на которой $\vartheta = \vartheta_w$, и которая соответствует границе трубы. Интересно проверить это непосредственно. Температуры в верхней D (где $x = 0, y = -b + R$) и нижней A ($x = 0, y = -b - R$) точках контура равны по построению, в силу $p_D = p_A = p_0$. Для проверки найдём по (2.28) значение p в самой «правой» точке B контура, где $x = R, y = -b$

$$p_B = \sqrt{\frac{x^2 + (y-h)^2}{x^2 + (y+h)^2}} = \sqrt{\frac{R^2 + (b+h)^2}{R^2 + (b-h)^2}} = \sqrt{\frac{R^2 + b^2 + 2bh + h^2}{R^2 + b^2 - 2bh + h^2}}.$$

Далее подставляем (2.29)

$$p_B = \sqrt{\frac{R^2 + b^2 + 2bh + b^2 - R^2}{R^2 + b^2 - 2bh + b^2 - R^2}} = \sqrt{\frac{2b(b+h)}{2b(b-h)}} = \sqrt{\frac{(b+h)(b+h)}{(b-h)(b+h)}} = \frac{b+h}{\sqrt{b^2 - b^2 + R^2}} \text{ и}$$

$$\text{по (2.30) получается } p_B = \frac{b + \sqrt{b^2 - R^2}}{R} = p_0.$$

То есть в этой точке окружности значение p , а, значит и температуры, действительно, равно по (2.24) значениям в точках D и A . Это подтверждает, что данная окружность – изотерма.

2.2.12 Общие итоги приближенно-аналитического решения для теплоотвода для одиночной трубы в грунте

Таким образом, в исходной постановке заданы параметры: радиус трубы R , глубина заложения трубы b^* , температура её поверхности t_w , коэффициент теплопроводности грунта λ . На поверхности грунта – коэффициент теплоотдачи α при температуре воздуха t_f . Требуется определить общий тепловой поток Q , распределение плотности теплового потока q_0 и температуры t_0 на поверхности грунта.

Предлагаемое решение состоит в расчёте температурного напора $\vartheta_w = t_w - t_f$, «приведённой» глубины заложения трубы $b = b^* + \sigma^*$ (где $\sigma^* = \lambda / \alpha$), параметра p_0 по (2.30) и определении Q по (2.31). Найдя параметр h по (2.29), определяем распределение $q_0(x)$ по (2.34) или (2.35), а также $t_0(x)$ по (2.36).

Если требуются температуры в иных точках грунта или другие характеристики, можно воспользоваться соотношением (2.24), при этом надо учитывать, что $\vartheta = t - t_f$, а $y = -\sigma^*$ на «практической» поверхности грунта, так что в точках грунта $y < \sigma^*$).

2.3 Приближённо-аналитическое решение

для теплоотвода от ряда труб в грунте

2.3.1 Описание задачи по расчету теплоотвода от ряда труб в грунте

Рассмотрим установившийся отвод теплоты от ряда цилиндрических труб неограниченной длины, расположенных параллельно под горизонтальной поверхностью грунта на расстоянии l друг от друга (рисунок 2.11). Радиус труб R , температура их поверхности t_w , глубина заложения (от поверхности грунта до оси трубы) b^* ($b^* > R$). Массив грунта однородный, занимает полупространство, его коэффициент теплопроводности равен λ ($\lambda = \text{const}$). На поверхности грунта – теплоотдача с коэффициентом α к воздуху с температурой t_f ($t_f < t_w$) (Температура грунта с удалением от труб ограничена). Требуется определить тепловой поток Q Вт/м, отводимый от каждой трубы, и распределение температуры в грунте, в частности, t_0 на его поверхности, а также распределение плотности теплового потока на поверхности грунта q_0 .

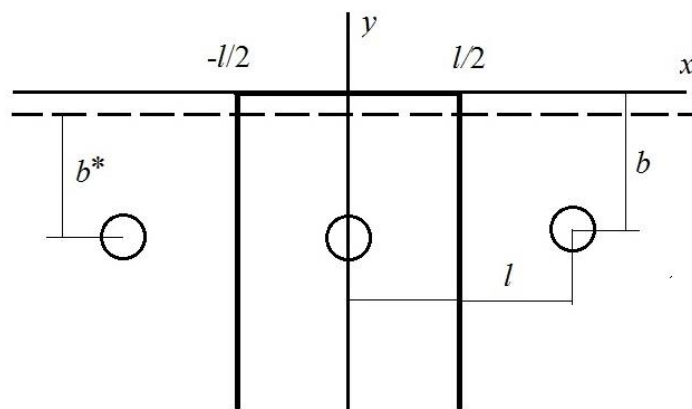


Рисунок 2.11 – Расчетная схема для ряда труб расположенных параллельно

2.3.2 Математическая постановка задачи по расчету теплоотвода от ряда труб в грунте

Рассматриваемая нами задача – плоская, картина периодическая, с периодом l по горизонтальной оси x . Поэтому в качестве области достаточно рассматривать один период – полу-полосу шириной l вниз от поверхности грунта (период выделен на рисунке 2.11). Вертикальные границы $x = \pm l/2$ этой области будут линиями теплового потока, центр трубы на линии $x=0$. Вместо температуры t целесообразно рассматривать избыточную температуру

$$\vartheta(x,y) = t(x,y) - t_f, \quad (2.38)$$

обозначив, соответственно,

$$\vartheta_w = t_w - t_f \quad (2.39)$$

а) Замена условия теплоотдачи на поверхности грунта. Далее проведем замену условия теплоотдачи на поверхности грунта, как для одиночной трубы, рассмотренной в главе 2.2. Можно ожидать, что линии теплового потока будут подходить к поверхности грунта почти перпендикулярно. Тогда влияние термического сопротивления теплоотдачи на поверхности грунта можно считать эквивалентным термическому сопротивлению слоя грунта толщиной

$$\sigma^* = \lambda / \alpha \quad (2.40)$$

Поэтому вместо исходной области будем рассматривать область с как бы размещённым поверх исходной поверхности грунта ещё слоя толщиной σ^* , на верхней границе которого температура равна температуре воздуха. Следовательно,

такая «приведённая» постановка отличается глубиной заложения трубы $b = b^* + \sigma^*$ при граничном условии I рода

$$\vartheta|_{y=0} = 0, \quad (2.41)$$

на этой «приведённой» поверхности грунта, считая, что начало координат (x, y) лежит на «приведённой» поверхности грунта над центром трубы. То есть центр трубы находится в точке $x = 0, y = -b$.

б) Замена трубы точечным источником. Выполним замену трубы точечным источником. В применяемом далее подходе к решению задачи предполагается поле от круглой трубы в полу-полосе заменять полем от точечного источника подходящей интенсивности Q . Так как изотермы малого радиуса около источника близки к окружностям, контур трубы можно считать заменённым соответствующей близкой изотермой. Или, иначе, можно считать, что на контуре трубы – точной окружности радиуса R – температура θ_w оказывается заданной с некоторой погрешностью. Заметим, что при малом радиусе трубы, то есть $R \ll \min(l, b^*)$, можно считать источник расположенным в точке центра трубы. Однако, особенно если размеры трубы относительно не очень малы, погрешность можно уменьшить, выбирая расположение источника с некоторым смещением от центра трубы, то есть на некоторой глубине h , где $h \neq b$.

2.3.3 Приведённая математическая постановка по расчету теплоотвода от ряда труб в грунте

Таким образом, искомая функция $\vartheta(x, y)$ должна удовлетворять уравнению стационарной теплопроводности $\nabla^2 \vartheta = 0$ в рассматриваемой области $(|x| < \frac{l}{2}) \cap (y < 0)$ при граничных условиях (2.41) и

$$\left. \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right|_{x=\pm \frac{l}{2}} = 0, \quad (2.42)$$

когда в точке $x = 0, y = -h$ находится источник некоторой интенсивности Q .

2.3.4 Температурное поле для теплоотвода от ряда труб в грунте

Рассмотрим температурное поле для поставленной математической задачи. Решение аналогичной по математической постановке задачи было дано в [113] и приведено в [114], гл.IX, §6, с.354–355. Далее получаем

$$\vartheta = \frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi}{l}(z - ih)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{l}(z + ih)\right)} \right|, \quad (2.43)$$

где Q – тепловой поток, Вт/м, отдаваемый трубой, $z = x + iy$, (i – мнимая единица, соответственно, z – комплексное число), и принималось $h = b$. При этом для связи Q и ϑ_w предлагалось использовать соотношение

$$Q = \frac{2\pi\lambda\vartheta_w}{\ln \operatorname{sh} \frac{2\pi h}{l} - \ln \operatorname{sh} \frac{\pi R}{l}}. \quad (2.44)$$

На рисунке 2.12 показаны изотермы такого поля (при $l = 4$, $h = 1$).

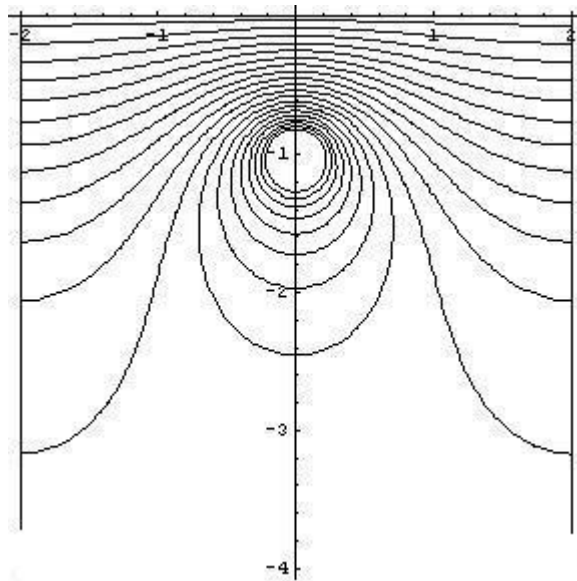


Рисунок 2.12 – Изотермы для рассматриваемого теплового поля одиночной трубы

(при $l = 4$, $h = 1$)

Аналогично представлены изотермы для нескольких труб (рисунок 2.13).

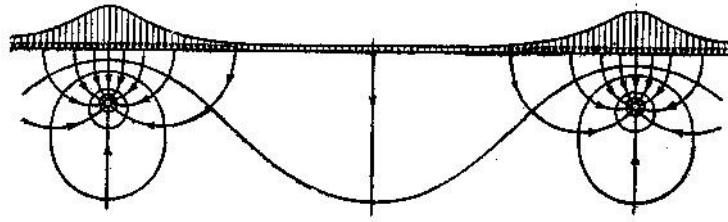


Рисунок 2.13 – Изотермы для рассматриваемого теплового поля ряда труб (при $l = 4$, $h = 1$)

2.3.5 Общее пояснение выполненных математических операций по расчету теплоотвода от ряда труб в грунте

а) Вспомогательная задача. Обратимся к вспомогательной задаче. Как пример, нужный в данном построении, рассмотрим две области. Первая – для переменного $\zeta = \xi + i\eta$ –плоскость с двумя разрезами: DCB , на котором $\xi > 1 \cap \eta = 0$, и BAD , где $\xi < -1 \cap \eta = 0$ (рисунок а). Вторая – полоса в плоскости переменного $z = x + iy$, где $|x| < l/2$ (рисунок 2.14 б). Функция

$$\zeta = \sin \frac{\pi z}{l}, \quad (2.45)$$

даёт конформное отображение этих областей с соответствием точек, указанным на рисунке а, б (прямолинейные отрезки с концами, обозначенными одинаковыми буквами, отображаются друг в друга, бесконечно удалённая точка считается одной).

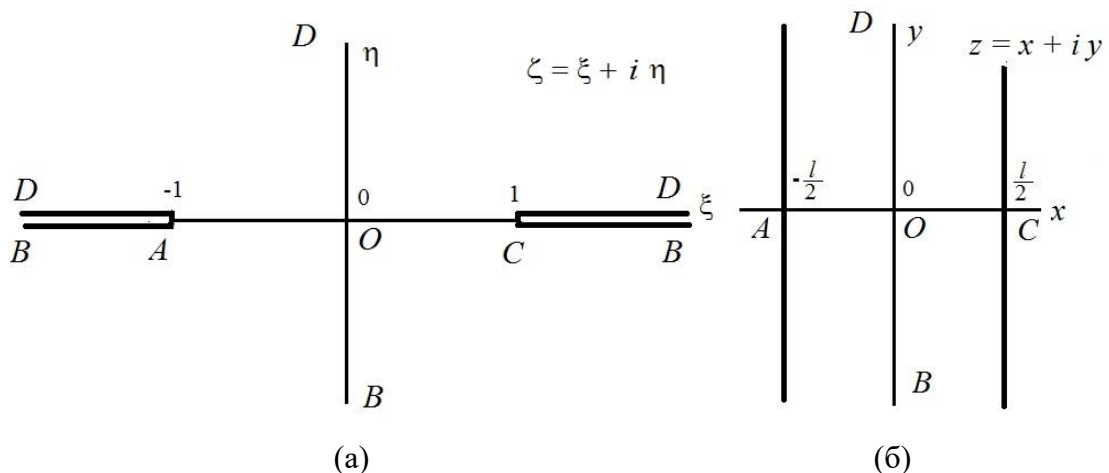


Рисунок 2.14 – Разрезы DCB (а) и BAD (б)

Поле точечного источника в начале координат. Пусть в точке O (начало координат) плоскости ζ (рисунок а) располагается источник с потоком теплоты Q . Комплексное описание такого поля даёт функция

$$w = -\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \zeta. \quad (2.46)$$

При этом границы области – разрезы, оказываются линиями теплового потока. О поле источника и его описании ранее мы упоминали в материале для одиночной трубы (глава 2.2). Тогда суперпозиция функций (2.45) и (2.46) вида $w(z) = w(\zeta(z))$ даст решение

$$w = -\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \sin \frac{\pi z}{l}, \quad (2.47)$$

для такого источника в начале координат O плоскости z (рисунок 2.14 б), причём границы $x = \pm l/2$ полосы будут линиями теплового потока.

б) Поле источника или стока со смещением. Ясно, что функция $w^{(1)} = -\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \sin \frac{\pi(z+ih)}{l}$ описывает поле источника, расположенного в такой же полосе, но со смещением вниз, в точке $x=0, y=-h$. А функция $w^{(2)} = \frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \sin \frac{\pi(z-ih)}{l}$ – поле стока в точке $x=0, y=h$.

в) Переход к рассматриваемой задаче. Перейдем к рассматриваемой задаче. Сумма $w = w^{(1)} + w^{(2)}$ двух последних решений даёт решение для полосы с двумя особенностями – источником в точке $z = -ih$ и стоком в $z = ih$

$$w = \frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \frac{\sin\left(\frac{\pi}{l}(z-ih)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{l}(z+ih)\right)}, \quad (2.48)$$

где в силу симметрии на отрезке AC $-\frac{l}{2} < x < \frac{l}{2}$ оси $y=0$ имеет место $\operatorname{Re} w = 0$ (здесь Re – реальная (действительная) часть комплексного числа).

Так как считается $\vartheta = \operatorname{Re} w$, то из (2.48) получаем функцию (2.43), которая, как показано, удовлетворяет условиям «приведённой» постановки в нижней половине $y < 0$ полосы.

2.3.6 Решение поставленной математической задачи в действительных переменных

Далее проведем решение в действительных переменных. Применение формулы (2.43), неудобно. Её требуется привести к выражению через действительные переменные, используя переменные x, y вместо комплексного z и исключая мнимую единицу i . Это нетрудно сделать на основе известного соотношения

$$|\sin(x + iy)| = \sqrt{\sin^2 x + \operatorname{sh}^2 y}. \quad (2.49)$$

Подставляя (2.49) в (2.43), получаем

$$\vartheta(x, y) = \frac{Q}{4\pi\lambda} \ln \frac{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y-h)}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y+h)}{l}}, \quad (2.50)$$

в области $-\frac{l}{2} < x < \frac{l}{2}, \quad y < 0$. Заметим, из (2.50) видно, что в этой области $\vartheta > 0$.

2.3.7 Определение положения источника теплового излучения

Найдем положение источника. Выше отмечалось, что в [113, 114], откуда взято решение (2.43), предлагалось источник, заменяющий трубу, располагать в точке центра трубы, то есть считать $h = b$. Заимствовать здесь это решение оказалось возможным ввиду совпадения математических постановок рассматриваемых задач. Но рассматриваемая в [113, 114], физическая постановка (задача из гидромелиорации) предполагала очень малый радиус R трубы (по сравнению с размерами b и l), при этом принимать $h = b$ вполне допустимо. Если радиус R трубы может быть сопоставим с расстояниями b и l до границ области, то погрешность, вызванная такой заменой, может стать заметной. Как уже указано в п. 2.3.2 (б), её можно уменьшить, размещая источник со сдвигом вверх от центра

заменяемой трубы на некоторую величину δ , то есть выбирая глубину расположения источника равной $h = b - \delta$.

В [113, 114], предлагается заменять контур трубы той изотермой от источника, которая совпадает (касается) с контуром трубы в его верхней точке, с координатами $x = 0$, $y_1 = -b + R$ (при $\delta = 0$). Здесь для уменьшения погрешности будем выбирать δ (сдвиг источника) так, чтобы соответствующая изотерма касалась контура трубы не только в верхней, но и в нижней точке, где $x = 0$, $y_2 = -b - R$.

Чтобы температура ϑ совпадала в этих точках, надо, чтобы значения аргумента оператора $\ln$ в (2.50) при подстановке их координат совпадали, то есть

$$\frac{\operatorname{sh} \frac{\pi(h - y_1)}{l}}{\operatorname{sh} \frac{\pi(h + y_1)}{l}} = \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi(h - y_2)}{l}}{\operatorname{sh} \frac{\pi(-h - y_2)}{l}}. \text{ Подставляя } h = b - \delta \text{ вместе с } y_1 \text{ и } y_2, \text{ получаем}$$

уравнение для определения δ :

$$\frac{\operatorname{sh} \frac{\pi(2b - R - \delta)}{l}}{\operatorname{sh} \frac{\pi(R - \delta)}{l}} = \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi(2b + R - \delta)}{l}}{\operatorname{sh} \frac{\pi(R + \delta)}{l}}. \quad (2.51)$$

Его решение имеет вид (где M – вспомогательный параметр)

$$M = \operatorname{th} \frac{2\pi b}{l} \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}) / 2, \quad \delta = \frac{l}{\pi} \operatorname{Arth}(M - \sqrt{M^2 - \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}}). \quad (2.52)$$

На графиках 2.15 представлены относительные значения смещения δ/R для разных исходных данных задачи. Видно, что, как и предполагалось, при относительно небольших размерах R/b трубы величина смещения источника оказывается небольшой даже относительно радиуса трубы. То есть таким смещением источника можно пренебрегать, просто принимая $h = b$. Но при соизмеримых радиусах труб смещение становится заметным и его всё же нужно учитывать. При этом чем ближе друг к другу расположены трубы (меньше l/b), тем большим оказывается смещение.

Приведем пояснение полученного уравнения (2.52). Уравнение (2.52) является нелинейным, и на первый взгляд кажется не разрешаемым явно. Хотя оно достаточно уверенно решается численно, например, итерационными методами, но это всё же не очень удобно, так как требует специального подхода. Поэтому целесообразно получить явное аналитическое выражение для смещения δ .

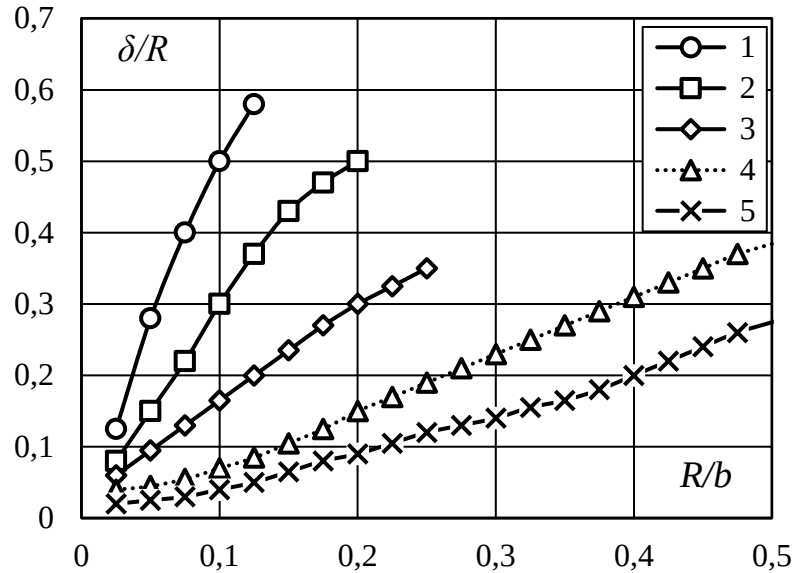


Рисунок 2.15 – Значения смещения δ/R для разных исходных данных задачи.

1 – $l/b = 0.5$; 2 – $l/b = 1$; 3 – $l/b = 2$; 4 – $l/b = 5$; 5 – $l/b \rightarrow \infty$

При выкладках для компактности выражений будем применять обозначения

$\beta = \frac{2\pi b}{l}$, $\rho = \frac{\pi R}{l}$, $\chi = \text{th} \frac{\pi \delta}{l}$. Тогда с использованием соотношений гиперболической

тригонометрии $\text{sh}(\alpha \pm \gamma) = \text{sh} \alpha \cdot \text{ch} \gamma \pm \text{ch} \alpha \cdot \text{sh} \gamma$ и $\text{th} \alpha = \frac{\text{sh} \alpha}{\text{ch} \alpha}$ записываем (2.51) в

виде $\frac{\text{sh}(\beta - \rho) - \chi \cdot \text{ch}(\beta - \rho)}{\text{sh} \rho - \chi \cdot \text{ch} \rho} = \frac{\text{sh}(\beta + \rho) - \chi \cdot \text{ch}(\beta + \rho)}{\text{sh} \rho + \chi \cdot \text{ch} \rho}$. Приводя к общему

знаменателю и с таким же преобразованием

$$\text{sh} \beta \cdot \text{ch} \rho \cdot \text{sh} \rho - \text{ch} \beta \cdot \text{sh} \rho \cdot \text{sh} \rho + \chi \cdot [\text{sh}(\beta - \rho) \cdot \text{ch} \rho - \text{ch}(\beta - \rho) \cdot \text{sh} \rho] -$$

$$- \chi^2 \cdot \text{ch}(\beta - \rho) \cdot \text{ch} \rho = \text{sh} \beta \cdot \text{ch} \rho \cdot \text{sh} \rho + \text{ch} \beta \cdot \text{sh} \rho \cdot \text{sh} \rho -$$

$$- \chi \cdot [\text{sh}(\beta + \rho) \cdot \text{ch} \rho + \text{ch}(\beta + \rho) \cdot \text{sh} \rho] + \chi^2 \cdot \text{ch}(\beta + \rho) \cdot \text{ch} \rho$$

Переносим всё в правую часть с заменами вида

$$\operatorname{sh}(\beta \pm \rho) \cdot \operatorname{ch} \rho \pm \operatorname{ch}(\beta \pm \rho) \cdot \operatorname{sh} \rho = \operatorname{sh}(\beta \pm 2\rho), \quad \operatorname{ch}(\beta \pm \rho) = \operatorname{ch} \beta \cdot \operatorname{ch} \rho \pm \operatorname{sh} \beta \cdot \operatorname{sh} \rho,$$

получим $2\chi^2 \cdot \operatorname{ch}^2 \rho \cdot \operatorname{ch} \beta - \chi \cdot [\operatorname{sh}(\beta - 2\rho) + \operatorname{sh}(\beta + 2\rho)] + 2 \cdot \operatorname{ch} \beta \cdot \operatorname{sh}^2 \rho = 0$.

Применяя соотношения $\operatorname{sh} \alpha + \operatorname{sh} \gamma = 2 \operatorname{sh} \frac{\alpha + \gamma}{2} \cdot \operatorname{ch} \frac{\alpha - \gamma}{2}$ и $\operatorname{ch}(2\rho) = \operatorname{ch}^2 \rho + \operatorname{sh}^2 \rho$ к $\operatorname{sh}(\beta - 2\rho) + \operatorname{sh}(\beta + 2\rho)$, после сокращений получаем квадратное уравнение относительно χ

$$\chi^2 - \operatorname{th} \beta \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \rho) \chi + \operatorname{th}^2 \rho = 0. \quad (2.53)$$

Его решение имеет вид

$$\chi = \frac{1}{2} (\operatorname{th} \beta \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \rho) - \sqrt{[\operatorname{th} \beta \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \rho)]^2 - 4 \operatorname{th}^2 \rho}). \quad (2.54)$$

Таким образом, в развёрнутой форме решение уравнения (2.51) имеет вид

$$\delta = \frac{l}{\pi} \operatorname{Arth} \frac{\operatorname{th} \frac{2\pi b}{l} \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}) - \sqrt{\left[\operatorname{th} \frac{2\pi b}{l} \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}) \right]^2 - 4 \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}}}{2}. \quad (2.55)$$

Или, соответственно

$$M = \operatorname{th} \frac{2\pi b}{l} \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}) / 2, \quad \delta = \frac{l}{\pi} \operatorname{Arth} (M - \sqrt{M^2 - \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}}). \quad (2.52)$$

После нахождения (2.52), по δ определяется $h = b - \delta$ для использования в (2.43).

Заметим, что в предельном случае $l \rightarrow \infty$, когда схема переходит в случай одиночной трубы, по свойству гиперболического тангенса (подобно тригонометрическому) $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{th} \alpha}{\alpha} = 1$ для (2.52) в виде

$$\operatorname{th} \frac{\pi \delta}{l} = \frac{\operatorname{th} \frac{2\pi b}{l} \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}) - \sqrt{\left[\operatorname{th} \frac{2\pi b}{l} \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}) \right]^2 - 4 \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}}}{2}, \quad (2.56)$$

получаем $\lim_{l \rightarrow \infty} \delta = b - \sqrt{b^2 - R^2}$. Или для $h = b - \delta$ в пределе будет

$$h^2 = b^2 - R^2 \text{ при } l \rightarrow \infty. \quad (2.57)$$

То есть (2.52) при росте l , действительно, переходит в соответствующее соотношение для случая одиночной трубы (2.29).

2.3.8 Погрешность замены контура трубы на источник

Найдем погрешность замены контура трубы на источник. Изотермы теплового поля около источника в данной схеме будут иметь форму хотя и близкую, но не точно совпадающую с окружностями (см. рисунок 2.12) Поэтому на контуре трубы температура будет несколько отличаться от постоянной. Так как положение источника выбрано так, чтобы температура имела одно значение в верхней и нижней точках трубы, то следует ожидать, что отличие от этого значения будет близко к наибольшему в крайних правой и левой точках, с координатами $x = \pm R$, $y = -b$.

При оценке надо иметь в виду, что задаваемое на трубе значение ϑ_w является максимальным для ϑ в области и равно температурному напору задачи. Так что относительная погрешность задания температуры на трубе будет оценкой сверху для погрешности, вносимой рассматриваемой заменой, для всего температурного поля (на удалении от трубы погрешность будет падать). Так как изотермы вытягиваются по вертикали, то при совмещении изотермы с контуром трубы в верхней и нижней точках боковые точки трубы будут лежать вне этой изотермы. То есть значения ϑ в них будут меньше, чем в верхней и нижней.

Порядок относительной погрешности (как отклонения от заданной температуры) можно подсчитать по формуле (вместе с 2.50)

$$\Delta_0 = 0,5 \cdot \left(\frac{\vartheta(0,5l - b + R)}{\vartheta(R - b)} - 1 \right), \quad (2.58)$$

(считая, что $\vartheta_w \approx \frac{\vartheta(0,5l - b + R) + \vartheta(R - b)}{2}$).

Если принимать $\vartheta_w = \vartheta(0,5l - b + R)$, то это средняя относительная погрешность ϑ на трубе.

Так как с уменьшением радиуса изотерм их форма приближается к круглой, можно ожидать, что относительная погрешность уменьшается с R (при равных прочих исходных данных).

Можно строго показать, что при больших l решение приближается к решению для одиночной трубы. Действительно, применяя свойство $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\text{sh } \alpha}{\alpha} = 1$

(аналог «первого замечательного предела» из Советско-Российского Матанализа)

к (2.50) при $l \rightarrow \infty$, получаем $\lim_{l \rightarrow \infty} \vartheta(x, y) = \frac{Q}{4\pi\lambda} \ln \frac{x^2 + (y-h)^2}{x^2 + (y+h)^2}$. Что соответствует

решению (2.43) из материала для одиночной трубы. То есть при $l \gg b$ в центральной части области, размером, скажем, порядка b , (в районе трубы) значения температур близки к таковым для одиночной трубы. В частности, изотермы приближаются по форме к окружностям. Значит, относительная погрешность Δ_0 при больших l будет падать до нуля.

На рисунке 2.16 представлен расчёт относительных погрешностей по (2.58) на основе (2.50) в процентах. Видно, что высказанные выше предположения о поведении погрешности оправдываются, а сами погрешности при типичных исходных данных оказываются небольшими, в доли процента (рисунок 2.16).

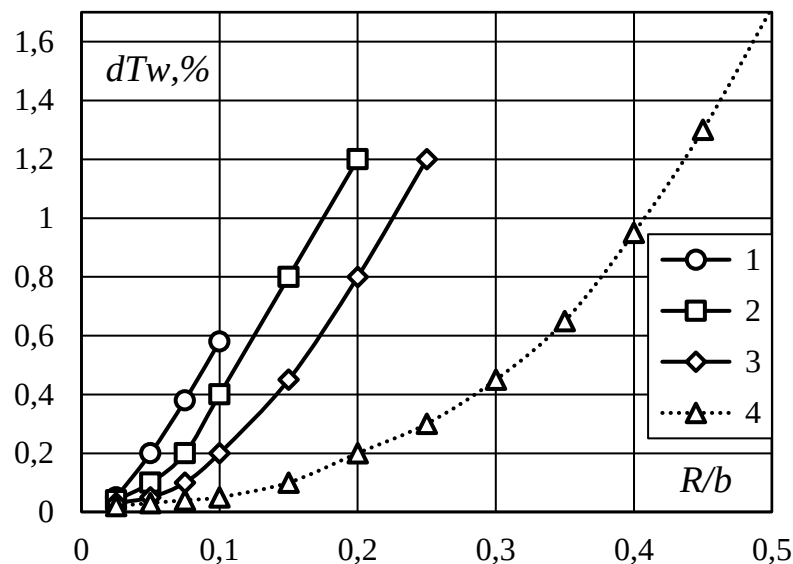


Рисунок 2.16 – Погрешность температуры.

1 – $l/b = 0.5$; 2 – $l/b = 1$; 3 – $l/b = 2$; 4 – $l/b = 5$

2.3.9 Определение общего теплового потока от трубы

Далее определим общий поток трубы Q . Для применения (2.50) остаётся определить значение Q . Соотношение (2.44) получено в [113, 114] из условия, что

температура поля от источника должна быть равна ϑ_w в верхней точке контура трубы, когда принято, что смещение δ источника отсутствует, $h = b$. Если $\delta \neq 0$, то его следует переписать (как для левой части (2.51), например, в виде:

$$Q = \frac{2\pi\lambda\vartheta_w}{\ln \operatorname{sh} \frac{\pi(2b-R-\delta)}{l} - \ln \operatorname{sh} \frac{\pi(R-\delta)}{l}}. \quad (2.59)$$

Однако при этом, как указано в предыдущем пункте, на контуре трубы температура будет равна ϑ_w в верхней и нижней точках, а на остальной части будет меньше, в среднем примерно на величину Δ_0 по (2.58). И поток Q окажется занижен на величину того же порядка.

Если такая погрешность нежелательна, её можно уменьшить, например, приняв за Q среднее значение между $Q^{(1)}$ по (2.59) и $Q^{(2)}$, при котором $\vartheta = \vartheta_w$ в правой точке контура трубы (где $x = R$, $y = -b$), а именно,

$$Q^{(2)} = \frac{4\pi\lambda\vartheta_w}{\ln(\sin^2 \frac{\pi R}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(2b-\delta)}{l}) - \ln(\sin^2 \frac{\pi R}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi\delta}{l})}. \quad (2.60)$$

Вместе

$$Q = (Q^{(1)} + Q^{(2)}) / 2. \quad (2.61)$$

2.3.10 Определение потоков теплоты на поверхности грунта

Определим потоки теплоты на поверхности грунта. Для учёта распределения потока теплоты, подводимого снизу, надо рассчитать вертикальную составляющую

q_y плотности теплового потока $q_y = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y}$.

Найдём производную $\frac{\partial \vartheta(x,y)}{\partial y}$, переписав (2.50) в виде

$$\vartheta(x,y) = \frac{Q}{4\pi\lambda} \left[\ln \left(\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y-h)}{l} \right) - \ln \left(\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y+h)}{l} \right) \right],$$

а именно

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vartheta(x, y)}{\partial y} &= \frac{Q}{4\pi\lambda} \left[\frac{\frac{2\pi}{l} \operatorname{sh} \frac{\pi(y-h)}{l} \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi(y-h)}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y-h)}{l}} - \frac{\frac{2\pi}{l} \operatorname{sh} \frac{\pi(y+h)}{l} \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi(y+h)}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y+h)}{l}} \right] = \\ &= \frac{Q}{4\lambda l} \left[\frac{\operatorname{sh} \frac{2\pi(y-h)}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y-h)}{l}} - \frac{\operatorname{sh} \frac{2\pi(y+h)}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y+h)}{l}} \right].\end{aligned}\quad (2.62)$$

В принципе, можно определить q_y на “фактической” поверхности грунта, подставив $q(x) = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=-\sigma^*}$. (А для расчёта температуры $\vartheta(x)$ на поверхности подставить в (2.50) $y = -\sigma^*$.) Но нет никакой уверенности, что результат будет точнее, чем если снять значения плотности потока с «приведённой» поверхности, при $y = 0$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\frac{Q}{2\lambda l} \frac{\operatorname{sh} \frac{2\pi h}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}}.$$

Тогда

$$q_0(x) = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{Q}{l} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi h}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}}. \quad (2.63)$$

А температуру поверхности можно найти (аналогично случаю с одиночной трубой) по формуле

$$t_0(x) = t_f + \frac{q_0(x)}{\alpha}. \quad (2.64)$$

Рассмотрим предельные случаи $h \gg l$ и $l \gg h$.

а) $h \gg l$ – трубы расположены глубоко. При этом $\operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \sim \operatorname{ch} \frac{\pi h}{l} \sim \frac{e^{\frac{\pi h}{l}}}{2}$, и так

$$\text{как } 0 \leq \sin^2 \frac{\pi x}{l} \leq 1, \text{ то } \lim_{h/l \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi h}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}} = 1, \text{ значит}$$

$$\lim_{h/l \rightarrow \infty} q_0(x) = \frac{Q}{l}. \quad (2.65)$$

То есть при больших заглублениях труб (относительно шага) тепловой поток распределяется по поверхности **равномерно**.

б) $l \gg h$ – шаг труб большой (по сравнению с заглублением). При этом $\operatorname{ch} \frac{\pi h}{l} \sim 1$, $\operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \sim \frac{\pi h}{l}$, и для $x \ll l$ также $\sin \frac{\pi x}{l} \sim \frac{\pi x}{l}$. То есть

$$q_0(x) \approx \frac{Q}{l} \cdot \frac{\frac{\pi h}{l}}{\frac{\pi^2}{l^2}(x^2 + h^2)} = \frac{Q}{\pi h} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2}. \quad (2.66)$$

Следовательно, при больших шагах расположения труб распределение теплового потока $q_0(x)$ непосредственно над трубой (при небольших x по сравнению с l) ведёт себя как в случае одиночной трубы.

2.3.11 Погрешность моделирования теплоотдачи для ряда труб в грунте

Определим погрешность моделирования теплоотдачи, аналогично главе 2.2. Как указано в главе 2.2, реальной поверхности грунта соответствует линия $y = -\sigma^*$ и на ней в исходной постановке должно выполняться условие теплоотдачи (Ньютона–Рихмана)

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = \alpha \vartheta. \quad (2.67)$$

где $\alpha = \text{const}$ – заданный коэффициент теплоотдачи. В рассматриваемом здесь решении это условие, моделируется введением (-1) дополнительного слоя грунта толщиной $\sigma^* = \lambda / \alpha$, в результате чего (2.67) для найденного поля $\vartheta(x, y)$

выполняется лишь приближённо. Но можно считать, что это условие выполняется точно с некоторым другим, переменным коэффициентом $\tilde{\alpha}(x)$, который для найденного поля $\vartheta(x, y)$ можно, соответственно, определить по формуле

$$\tilde{\alpha}(x) = -\frac{\lambda}{\vartheta(x)} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_x, \quad (2.68)$$

где все значения, естественно, берутся на этой линии $y = -\sigma^*$. Сопоставление полученного $\tilde{\alpha}(x)$ с исходно задаваемым α позволит судить о точности применённого способа моделирования теплоотдачи. Например, в форме относительной погрешности

$$\Delta_{\alpha}(x) = \frac{\tilde{\alpha}(x) - \alpha}{\alpha} = \frac{\tilde{\alpha}(x)}{\alpha} - 1. \quad (2.69)$$

Значения ϑ и $\frac{\partial \vartheta}{\partial y}$ для (2.68) вычисляются по (2.50) и (2.62) при $y = -\sigma^*$.

Некоторые такие результаты представлены на рисунке 2.17. Здесь Bi – число Био, принято $Bi = \frac{\alpha \cdot h}{\lambda} = \frac{h}{\sigma^*}$ (то есть относительная толщина «фиктивного» слоя $\frac{\sigma^*}{h} = \frac{1}{Bi}$).

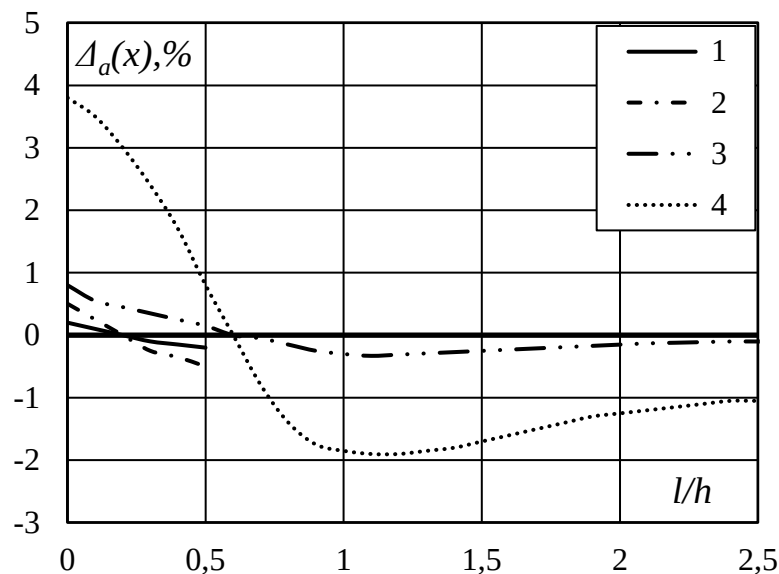


Рисунок 2.17 – Распределение погрешности теплоотдачи
 1 – $Bi=6, l/h=1$; 2 – $Bi=4, l/h=1$; 3 – $Bi=10, l/h=5$; 4 – $Bi=4, l/h=5$

Как показывают эти и другие расчёты, *во-первых*, погрешность с уменьшением шага труб l сильно уменьшается. Это понятно, так как со сближением «стенок» $x = \pm l/2$ тепловой поток как бы выравнивается, приближается к равномерному поступательному, что в идеале предполагается при введении «фиктивного» слоя σ^* (смотри вывод формул 2.38 – 2.41).

Во-вторых, в типичных для практики случаях погрешность незначительна, особенно при не очень больших относительных шагах h/l (см. также рисунок 2.17).

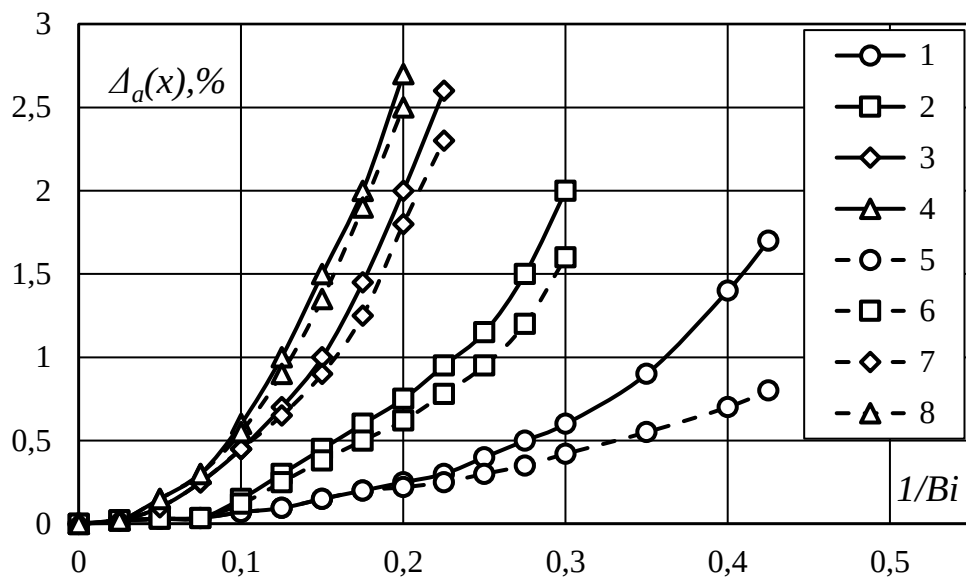


Рисунок 2.18 – Распределение погрешности теплоотдачи, при $X=0$

1 – $l/h=1$; 2 – $l/h=1.5$; 3 – $l/h=3$; 4 – $l/h=\infty$; 5 – $l/h=-1$; 6 – $l/h=-1.5$; 7 – $l/h=-3$; 8 – $l/h=-\infty$

В-третьих, наибольшая по абсолютной величине погрешность имеет место при $x=0$, непосредственно над трубой. Так что для общей оценки точности достаточно рассматривать Δ_α только при $x=0$, когда расчётные формулы (2.69) с (2.68), (2.50), (2.62) заметно упрощаются, вместе будет

$$\Delta_\alpha|_{x=0} = \frac{\pi \cdot \sigma^*}{l} \cdot \frac{\operatorname{cth}\left(\frac{\pi \cdot (h + \sigma^*)}{l}\right) + \operatorname{cth}\left(\frac{\pi \cdot (h - \sigma^*)}{l}\right)}{\ln \operatorname{sh}\left(\frac{\pi \cdot (h + \sigma^*)}{l}\right) - \ln \operatorname{sh}\left(\frac{\pi \cdot (h - \sigma^*)}{l}\right)} - 1. \quad (2.70)$$

Расчёты по этой формуле показаны на рисунке 2.18 сплошными линиями.

Всё же эта формула (2.70) остаётся довольно громоздкой и неудобной для отдельного расчёта. Можно дать упрощенную приближённую формулу (первое слагаемое при разложении в ряд, вывод см. ниже).

$$\Delta_{\alpha}|_{x=0} \approx \frac{2}{3} \left(\frac{1}{\text{Bi}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\frac{\pi h}{l}}{\text{sh} \frac{\pi h}{l}} \right)^2, \quad (2.71)$$

с остатком порядка $O\left(\left(\frac{1}{\text{Bi}}\right)^4\right)$.

Результаты по (2.70) показаны на рисунке Рисунок 2.18 штриховыми линиями. Видно, что при $\text{Bi} > 6$ они практически совпадают с получаемыми по точной (2.71). Заметим, что это, видимо, вполне соответствует диапазону практических данных. При этом погрешность замены менее процента, если $l/h < 3$ (а иначе не более полутора процентов). Также можно отметить, что при $l \rightarrow \infty$ получим $\Delta_{\alpha}(x) \approx \frac{2}{3} \left(\frac{1}{\text{Bi}} \right)^2$ (так как по аналогии с «Первым замечательным пределом» $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\text{sh } x}{x} = 1$), как и было в случае одиночной трубы (смотри раздел 2.2).

Для большей понятности приведенного материала проведем вывод формулы (2.71). Снова переписываем (2.50) при $x = 0$

$$\mathcal{G}(0, y) = \frac{Q}{2\pi\lambda} \left[\ln \text{sh} \frac{\pi(y-h)}{l} - \ln \text{sh} \frac{\pi(y+h)}{l} \right]$$

Дифференцируя (или используя формулу (2.62) при $x = 0$)

$$\left. \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} \right|_{x=0} = -\frac{Q}{2\lambda l} \left[\text{cth} \frac{\pi(y-h)}{l} - \text{cth} \frac{\pi(y+h)}{l} \right].$$

Далее

$$\left. \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \right|_{x=0} = -\frac{\pi Q}{2\lambda l^2} \left[\frac{1}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y-h)}{l}} - \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi(y+h)}{l}} \right],$$

и

$$\left. \frac{\partial^3 g}{\partial y^3} \right|_{x=0} = \frac{\pi^2 Q}{\lambda l^3} \left[\frac{\operatorname{ch} \frac{\pi(y-h)}{l}}{\operatorname{sh}^3 \frac{\pi(y-h)}{l}} + \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi(y+h)}{l}}{\operatorname{sh}^3 \frac{\pi(y+h)}{l}} \right].$$

В частности, $\theta(0,0) = \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(0,0) = 0$ (что понятно, так как $g(0,y)$ нечётная по

построению), $\frac{\partial g}{\partial y}(0,0) = -\frac{Q}{\lambda l} \operatorname{cth} \frac{\pi h}{l}$, $\frac{\partial^3 g}{\partial y^3}(0,0) = -\frac{2\pi^2 Q}{\lambda l^3} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{l}}{\operatorname{sh}^3 \frac{\pi h}{l}}$.

Формула Маклорена: $f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots$. По ней

$$g(0,y) = -y \frac{Q}{\lambda l} \left[\operatorname{cth} \frac{\pi h}{l} + y^2 \frac{\pi^2}{3l^2} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{l}}{\operatorname{sh}^3 \frac{\pi h}{l}} + O(y^4) \right],$$

$$\frac{\partial g}{\partial y}(0,y) = -\frac{Q}{\lambda l} \left[\operatorname{cth} \frac{\pi h}{l} + y^2 \frac{\pi^2}{l^2} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{l}}{\operatorname{sh}^3 \frac{\pi h}{l}} + O(y^4) \right].$$

Тогда $\tilde{\alpha}$ при $x=0$ по (2.68) можно представить как

$$\tilde{\alpha}|_{x=0} = -\frac{\lambda}{g(0,-\sigma^*)} \frac{\partial g(0,-\sigma^*)}{\partial y} = \frac{\lambda}{\sigma^*} \cdot \frac{1 + \left(\frac{\sigma^* \pi}{l} \right)^2 \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{l}}{\operatorname{cth} \frac{\pi h}{l} \cdot \operatorname{sh}^3 \frac{\pi h}{l}} + O(y^4)}{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\sigma^* \pi}{l} \right)^2 \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{l}}{\operatorname{cth} \frac{\pi h}{l} \cdot \operatorname{sh}^3 \frac{\pi h}{l}} + O(y^4)} =$$

$$= \frac{\lambda}{\sigma^*} \cdot \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{\sigma^* \pi}{l} \right)^2 \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}} + O(y^4) \right].$$

Так как по (2.40) $\alpha = \frac{\lambda}{\sigma^*}$, то по (2.69)

$$\Delta_\alpha(0) = \frac{\tilde{\alpha}(x)}{\alpha} - 1 = \frac{2}{3} \left(\frac{\sigma^*}{h} \right)^2 \frac{\left(\frac{\pi h}{l} \right)^2}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}} + O(y^4), \text{ что с учётом } \operatorname{Bi} = \frac{h}{\sigma^*} \text{ и даёт (2.71).}$$

2.3.12 Итоги аналитического решения задачи для ряда труб

Таким образом, решение рассматриваемой в текущем разделе задачи будет состоять в следующем: По заданным в постановке задачи значениям b^* , R , l , α , λ , t_w , t_f рассчитываются вспомогательные значения $\sigma^* = \lambda/\alpha$, $b = b^* + \sigma^*$, $\vartheta_w = t_w - t_f$. По (2.52) определяются δ и $h = b - \delta$. (Предварительно можно прикинуть порядок δ по графикам на рисунке 2.15, и необходимость его учёта, иначе просто принять $\delta = 0$, $h = b$). Теперь по (2.59) [или (2.61) вместе с (2.59), (2.60)] находится Q и по (2.63) и (2.64) $q(x)$ и $t_0(x)$. Если требуются температуры в других точках, то они определяются по (2.50) вместе с $t(x, y) = \vartheta(x, y) + t_f$.

По графикам рисунка 2.18 (или формулы (2.71), (2.70)) можно убедиться в достаточной точности задания теплоотдачи.

В рассмотренном аналитическом решении задачи дан подробный вывод формул и пояснения, уделяется внимание исследованию предельных переходов к частным случаям. Результаты таких переходов оказываются ожидаемыми, но полезны, так как, во-первых, частично подтверждают правильность выведенных формул, во-вторых, раскрывают механизм, способствуют пониманию их действия.

Кроме прямой задачи о тепловых характеристиках задаваемой системы труб получено решение вопроса о соотношении заглубления и шага труб, обеспечивающего допустимую неравномерность теплового потока у поверхности грунта.

2.3.13 К неравномерности потоков теплоты на поверхности грунта. Решение обратной задачи по теплоотводу от ряда труб в грунте

Рассматривая проблемы проектирования и расчёта такой системы труб, можно понять, что при этом одним из важнейших вопросов является обеспечение равномерности потока теплоты, то есть чтобы плотность потока теплоты у поверхности не менялась больше, чем на столько-то процентов. И если нужная величина самих потоков теплоты может быть подобрана за счёт температуры труб, даже во время эксплуатации системы, то соотношение максимума и минимума плотности теплового потока определяется геометрией расположения труб.

Задачу о расчёте тепловых характеристик заданной системы труб можно назвать прямой. Тогда постановку задачи о построении системы с заданными тепловыми характеристиками следует называть **обратной**. К таким будет относиться и сформулированная проблема.

Заметим, что помимо очевидной постановки о возможно более однородном (в пределах заданного допуска) распределении потока теплоты, можно мыслить случай, когда расположение труб связано с расположением, скажем, рядков растений над ними (трубы строго под рядками или, наоборот, в междурядье). И потоки теплоты (или температуры поверхности, в данной постановке о теплоотдаче это эквивалентно), под рядками и в междурядье должны иметь разную заданную величину.

Отметим также, что, как следует из результатов раздела 2.3.10, для уменьшения неравномерности надо увеличивать заглубление труб (что потребует повышения их температуры) и/или уменьшать шаг. Всё это невыгодно, требует затрат. Поэтому важно уметь рассчитывать систему труб с **заданной неравномерностью**, без излишнего запаса.

Из физического смысла и (2.63) видно, что у распределения $q_0(x)$ будет максимум $q_0(0)$ и минимум $q_0(l/2)$. Таким образом, в данной обратной постановке идёт речь об обеспечении требуемого (заданного) значения величины

$K = \frac{q_0(0)}{q_0(l/2)}$. Будем называть его коэффициентом неравномерности теплового

потока. Из (2.63) имеем $K = \frac{1 + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}} = 1 + \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}}$. Следовательно, заданная

неравномерность потока теплоты K будет обеспечена при соотношении заглубления и шага труб

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{\pi} \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{1}{K-1}}. \quad (2.72)$$

Это значение и даёт решение сформулированной обратной задачи.

На рисунке 2.19 представлен график этой зависимости.

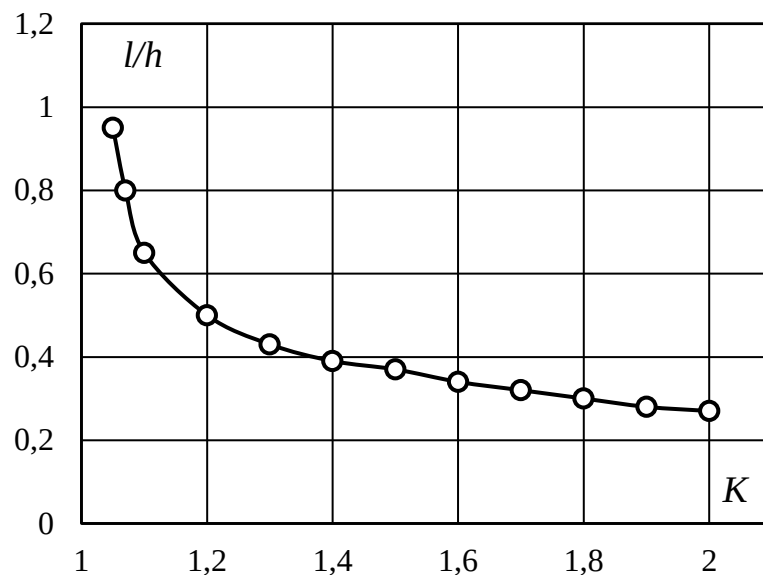


Рисунок 2.19 – h/l в зависимости от $\max q/\min q$ ($K = \max q/\min q$)

Обычно, по крайней мере, при предварительных прикидках, достаточно понимать под h заглубление труб (как бы считая $b \approx h$, пренебрегая их различием). Но если требуется высокая точность, надо учитывать, что заглубление труб b чуть больше, чем h , и надо определить это смещение δ . Конечно, если смещение и надо учесть, то ввиду малости его можно определять грубо. Например, просто по графикам, указанным на рисунке 2.15 или по (2.55), подставляя h вместо b . Но для полноты и законченности материала получим явную точную формулу для δ . (Формула (2.55) формально неприменима, так как теперь известно не b , а h .)

Для δ , согласно (2.58), куда подставлено $h + \delta$ вместо b , получаем уравнение

$$\frac{\operatorname{sh} \frac{\pi(2h-R+\delta)}{l}}{\operatorname{sh} \frac{\pi(R-\delta)}{l}} = \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi(2h+R+\delta)}{l}}{\operatorname{sh} \frac{\pi(R+\delta)}{l}}. \quad (2.73)$$

Применяя выкладки и обозначения $\rho = \frac{\pi R}{l}$, $\chi = \operatorname{th} \frac{\pi \delta}{l}$ и $\eta = \frac{2\pi h}{l}$ аналогично решению (2.51), представим (2.73) в виде

$$\frac{\operatorname{sh}(\eta - \rho) + \chi \cdot \operatorname{ch}(\eta - \rho)}{\operatorname{sh} \rho - \chi \cdot \operatorname{ch} \rho} = \frac{\operatorname{sh}(\eta + \rho) + \chi \cdot \operatorname{ch}(\eta + \rho)}{\operatorname{sh} \rho + \chi \cdot \operatorname{ch} \rho}.$$

Далее

$$\begin{aligned} & \operatorname{sh}(\eta - \rho) \cdot \operatorname{sh} \rho + \chi \cdot (\operatorname{sh} \rho \cdot \operatorname{ch}(\eta - \rho) + \operatorname{ch} \rho \cdot \operatorname{sh}(\eta - \rho)) + \chi^2 \cdot \operatorname{ch} \rho \cdot \operatorname{ch}(\eta - \rho) = \\ & = \operatorname{sh}(\eta + \rho) \cdot \operatorname{sh} \rho + \chi \cdot (\operatorname{sh} \rho \cdot \operatorname{ch}(\eta + \rho) + \operatorname{ch} \rho \cdot \operatorname{sh}(\eta + \rho)) - \chi^2 \cdot \operatorname{ch} \rho \cdot \operatorname{ch}(\eta + \rho). \end{aligned}$$

Переносим всё в левую часть с дальнейшим применением соотношений $\operatorname{ch}(\eta \pm \rho) = \operatorname{ch} \eta \cdot \operatorname{ch} \rho \pm \operatorname{sh} \eta \cdot \operatorname{sh} \rho$, $\operatorname{sh} \rho \cdot \operatorname{ch}(\eta \pm \rho) \mp \operatorname{ch} \rho \cdot \operatorname{sh}(\eta \pm \rho) = \pm \operatorname{sh} \eta$, $\operatorname{sh}(\eta \pm \rho) = \operatorname{sh} \eta \cdot \operatorname{ch} \rho \pm \operatorname{ch} \eta \cdot \operatorname{sh} \rho$, получаем

$$\chi^2 \cdot 2 \cdot \operatorname{ch}^2 \rho \cdot \operatorname{ch} \eta + \chi \cdot 2 \cdot \operatorname{sh} \eta - 2 \cdot \operatorname{sh}^2 \rho \cdot \operatorname{ch} \eta = 0, \text{ или } \chi^2 + \chi \cdot \frac{\operatorname{th} \eta}{\operatorname{ch}^2 \rho} - \operatorname{th}^2 \rho = 0.$$

Решение последнего квадратного уравнения имеет вид

$$\chi = \frac{1}{2} \left(-\frac{\operatorname{th} \eta}{\operatorname{ch}^2 \rho} + \sqrt{\left(\frac{\operatorname{th} \eta}{\operatorname{ch}^2 \rho} \right)^2 + 4 \operatorname{th}^2 \rho} \right), \text{ или } \chi = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{th} \eta}{\operatorname{ch}^2 \rho} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{sh} 2\rho}{\operatorname{th} \eta} \right)^2} - 1 \right).$$

Таким образом, точное значение смещения δ в этом случае будет равно

$$\delta = \frac{l}{\pi} \operatorname{Arth} \left[\frac{1}{2} \frac{\operatorname{th} \frac{2\pi h}{l}}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi R}{l}} \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{\operatorname{sh} \frac{2\pi R}{l}}{\operatorname{th} \frac{2\pi h}{l}} \right)^2 + 1} - 1 \right) \right]. \quad (2.74)$$

Переходя в (2.74) для проверки к пределу $l \rightarrow \infty$, получим $\delta = h \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{R}{h}\right)^2 + 1} - 1 \right)$,
 то есть $\delta + h = \sqrt{R^2 + h^2}$, как и должно быть для одиночной трубы, и было для (2.55).

Глава 3. Математическое моделирование тепловых процессов в грунте для одиночной трубы

3.1 Математическое моделирование тепловых процессов в грунте для одиночной трубы в программном комплексе ANSYS

Для определения геометрических параметров системы утилизации тепловой энергии от низкопотенциального источника тепла рассмотрим распределение тепловых потоков от трубы, проложенной в грунте. Моделирование рассеивания тепла в земле было проведено с помощью универсальной программной системы анализа методом конечных элементов Ansys. Версия ПО Ansys 2023 R1. Задействованный блок – Ansys Fluent. Базовые параметры расчетной системы указаны в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Базовые параметры расчетной системы

№	Наименование параметра	Базовое значение
1.	Диметр трубы, мм	50
2.	Температура трубы, °С	95
3.	Температура воздуха, °С	0
4.	Глубина закапывания (до центра трубы), м	0,005
5.	Коэф. Теплопроводности, Вт/(м*К)	1
6.	Коэффициент теплопередачи, Вт/(м ² *К)	10

Параметры расчетной системы, принятые при моделировании неизменными, приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Неизменные параметры расчетной системы

№	Наименование параметра	Значение
1.	Температура грунта, °С	15
2.	Исследуемая площадь, м ²	10
3.	Плотность почвы, кг/м ³	1200
4.	Суммарная влажность грунта wtot, доли единицы	2
5.	Объемная теплоемкость грунта, Дж/(м ³ *°С)10 ⁻⁶ (в талом состоянии)	1,05
6.	Массовая теплоемкость грунта, Дж/(кг*К)	875
7.	Тип почвы	Чернозем

Дифференция базовых параметров приведена в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Дифференциация базовых параметров

№	Наименование параметра	Значение
1.	Диаметр трубы, мм	32
		40
		50
		100
		150
2.	Температура трубы, °С	80
		85
		90
		95
		100
3.	Температура воздуха, °С	-25
		-10
		0
		10
		25
4.	Глубина закапывания (до центра трубы), м	0
		0,005
		0,01
		0,015
		0,025
		0,05
5.	Коэф. Теплопроводности, Вт/(м*К)	0,5
		0,75
		1
		1,5
		2,5
6.	Коэффициент теплопередачи, Вт(м ² *К)	5
		10
		15
		20
		25

Параметры расчётной сетки приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Параметры расчётной сетки

№	Наименование параметра	Значение
1	Ширина расчётной зоны, мм	10 000
2	Ширина высота зоны, мм	10 000
3	Physics Preference	CFD
4	Solver Preference	Fluent

№	Наименование параметра	Значение
5	Element Order	Linear
6	Element Size, мм	25
7	Export format	Standart
8	Use adaptive sizing	No
9	Growth Rate	1,2
10	Mesh Defeaturing	Да
11	Defeature Size, мм	0,125
12	Capture Curvature	Да
13	Curvature Min Size, мм	0,25
14	Curvature Normal Angle	Dfault (18,°)
15	Capture Proximity	Нет
16	Boundary Box Diagonal, мм	14142
17	Average Surface Area, мм ²	10000
18	Minimum Edge Lenght, мм	15
19	Nodes	163365
20	Elements	160057
Настройки Inflation		
1	Scoping Method	Geometry Selection
2	Geometry	1 Face
3	Suppressed	No
4	Boundary Scoping Method	Geometry Selection
5	Boundary	1 Edge
6	Inflation option	Smooth Transition
7	Transition Ratio	0,272
8	Maximum Layers	2
9	Growth Rate	1,2
10	Inflation Algorithm	Pre

Параметры расчёта приведены в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Параметры расчета

№	Наименование параметра	Значение
1	Количество задействованных процессоров в расчёте, шт.	6
2	Число задействованных потоков, шт.	12
3	Настройка Double Precision	Да
4	Настройка Display Mesh After Reading	Да
5	Energy (учет энергии)	Да (ON)
6	Time	Transient
7	Значение ускорения свободного падения по оси «Y»	-9,81
8	Тип инициализации	Standard Initialization
9	Температура инициализации, °C	23

№	Наименование параметра	Значение
10	Time step method	Automatic
11	Time Scale Factor	0,1
12	Number of iterations	100

Общий вид полученной сетки приведен на рисунке 3.1.

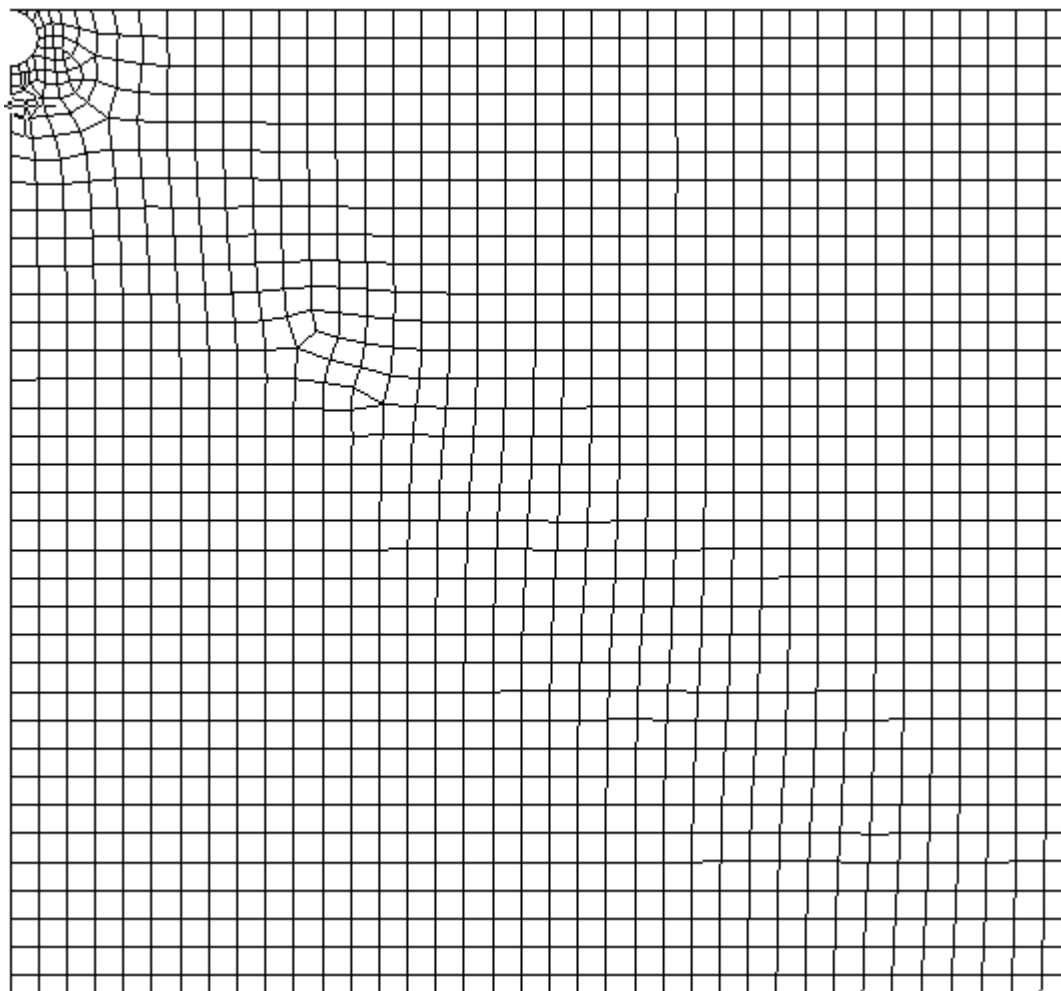


Рисунок 3.1 – Расчетная сетка для выполнения моделирования

Результаты математического моделирования приведены на рисунке 3.2.

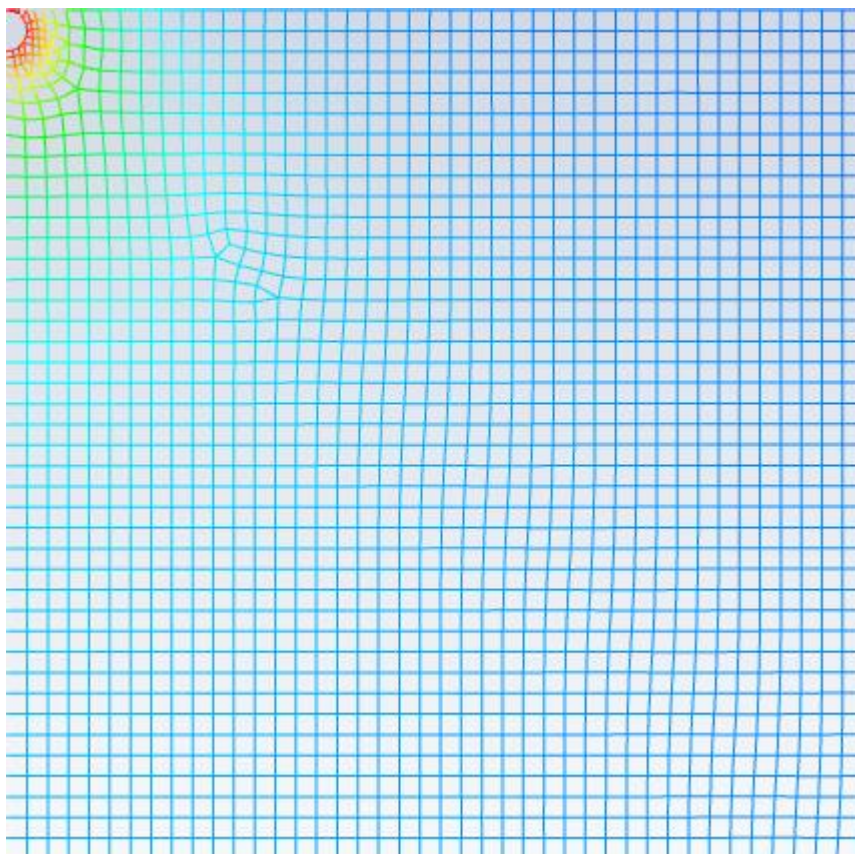


Рисунок 3.2 – Пример реализации результатов математического моделирования

Результаты моделирования зависимости теплового потока от трубы к температуре наружного воздуха отражены на графиках 3.3-3.7.

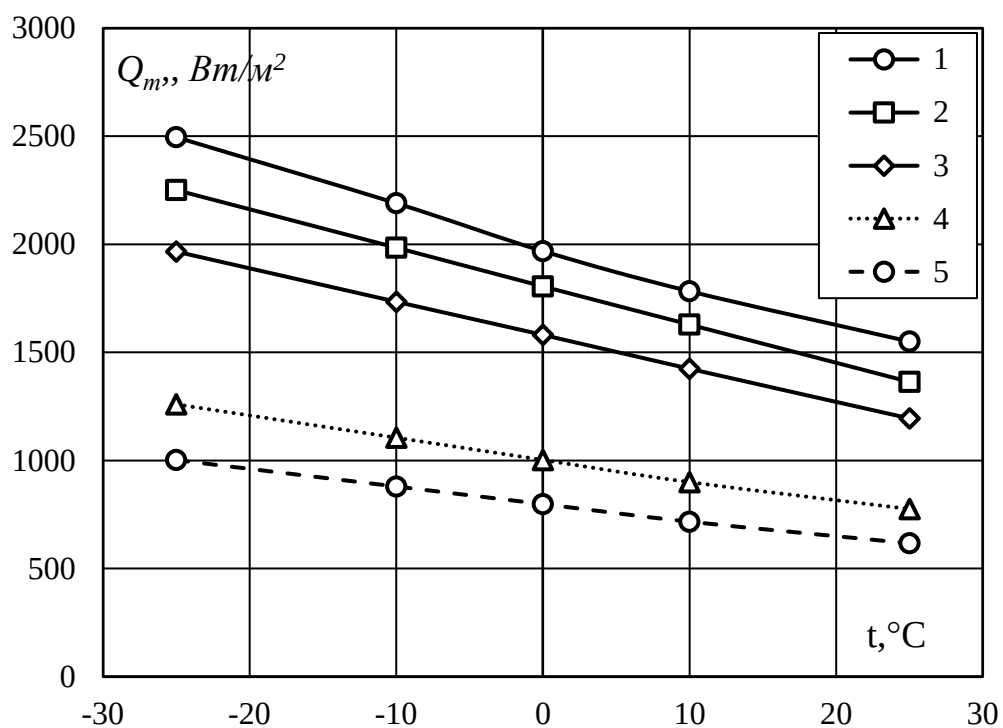


Рисунок 3.3 – График зависимости теплового потока трубы от температуры наружного воздуха при различных диаметрах трубы: 1 – 32 мм; 2 – 40; 3 – 50; 4 – 100; 5 – 150

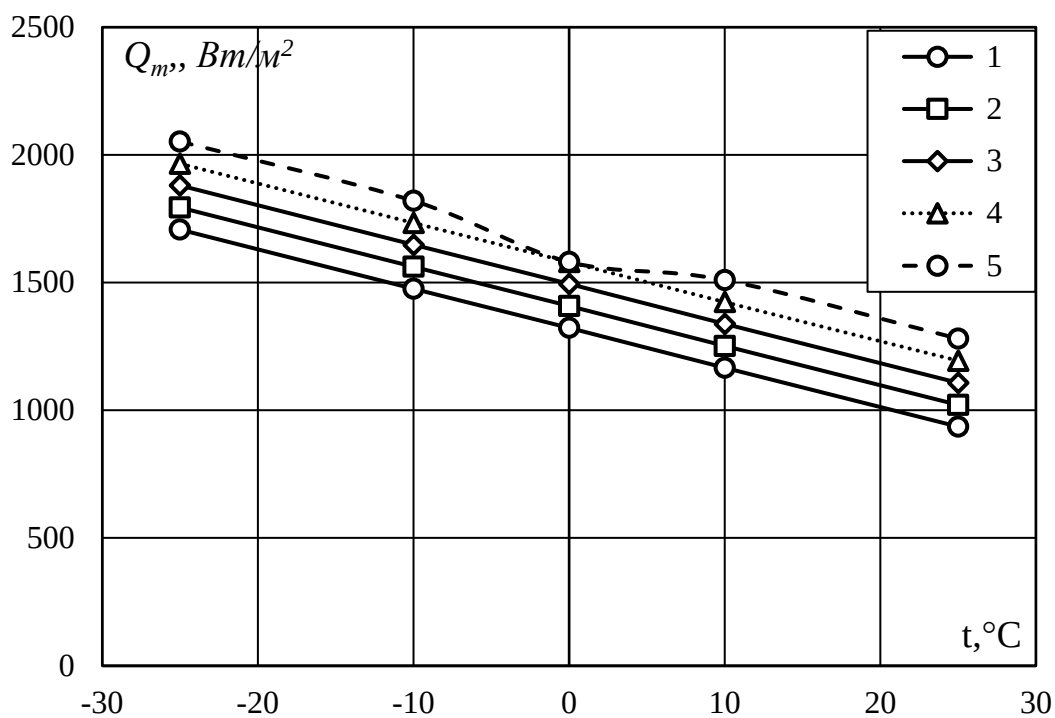


Рисунок 3.4 – График зависимости теплового потока трубы от температуры наружного воздуха при различных температурах поверхности трубы: 1 – 80 °C; 2 – 85; 3 – 90; 4 – 95; 5 – 100

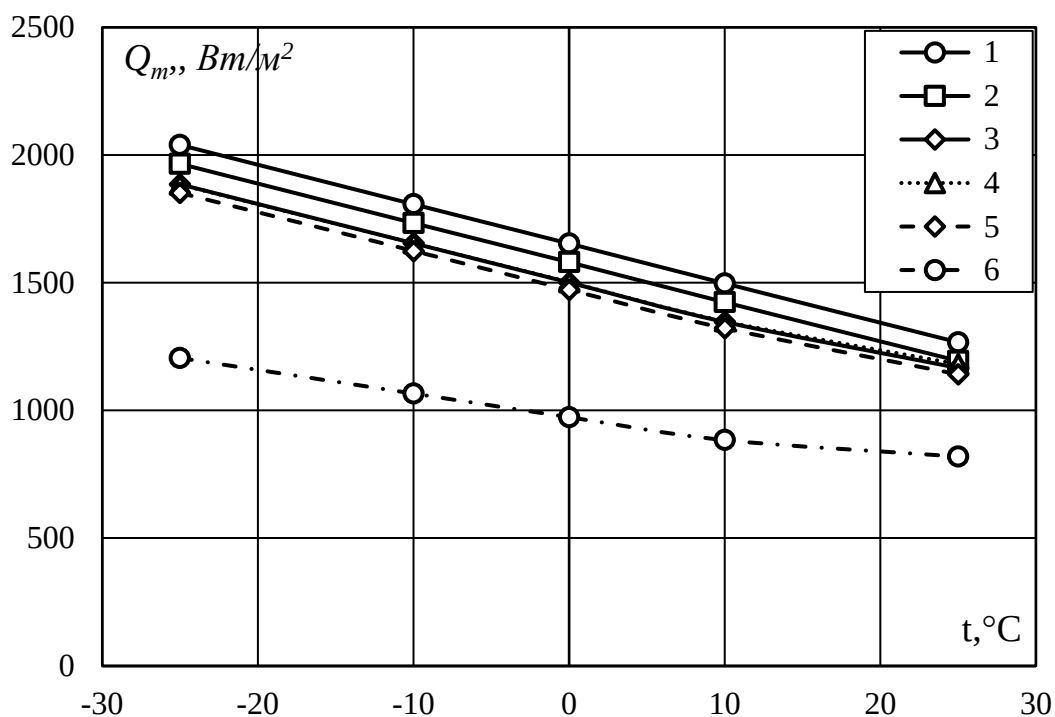


Рисунок 3.5 – График зависимости теплового потока трубы от температуры наружного воздуха при различной глубине залегания трубы: 1 – 0 мм; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 15; 5 – 25; 6 – 500

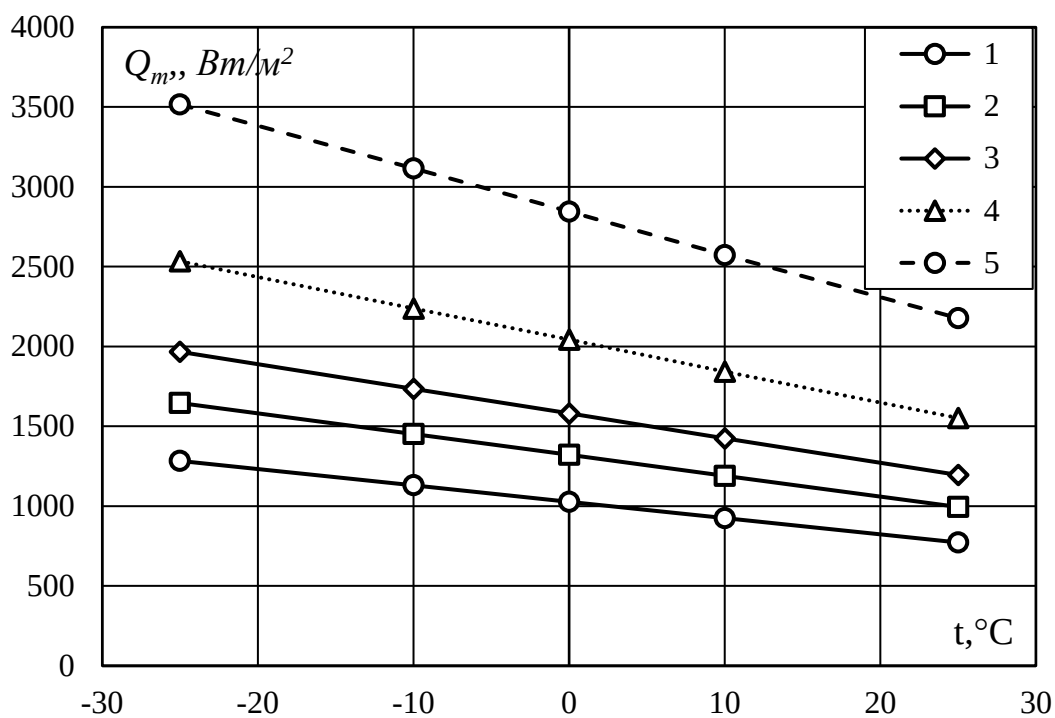


Рисунок 3.6 – График зависимости теплового потока трубы от температуры наружного воздуха при различных значениях коэффициента теплопроводности грунта: 1 – 0.5 Вт/(м²*°C); 2 – 0.75; 3 – 1; 4 – 1.5; 5 – 2.5

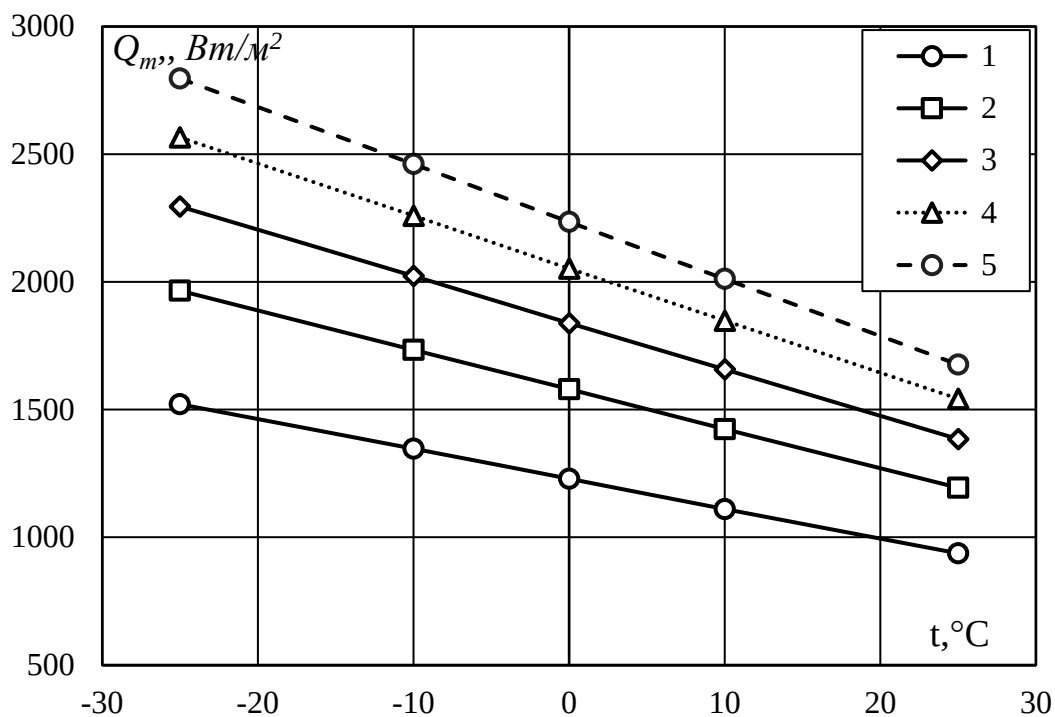


Рисунок 3.7 – График зависимости теплового потока трубы от температуры наружного воздуха при различном коэффициенте теплопередачи грунта: 1 – 5 Вт/(м²*°C); 2 – 10; 3 – 15; 4 – 20; 5 – 25

Результаты моделирования зависимости теплового потока от верхнего слоя земли к температуре наружного воздуха отражены на графиках 3.8-3.12. Отметим, что тепловой поток по результатам расчета имеет отрицательный знак. Это связано с тем, что при расчете положительным знаком взяты тепловые потоки входящие в расчетную систему, с отрицательным – исходящие из системы потоки.

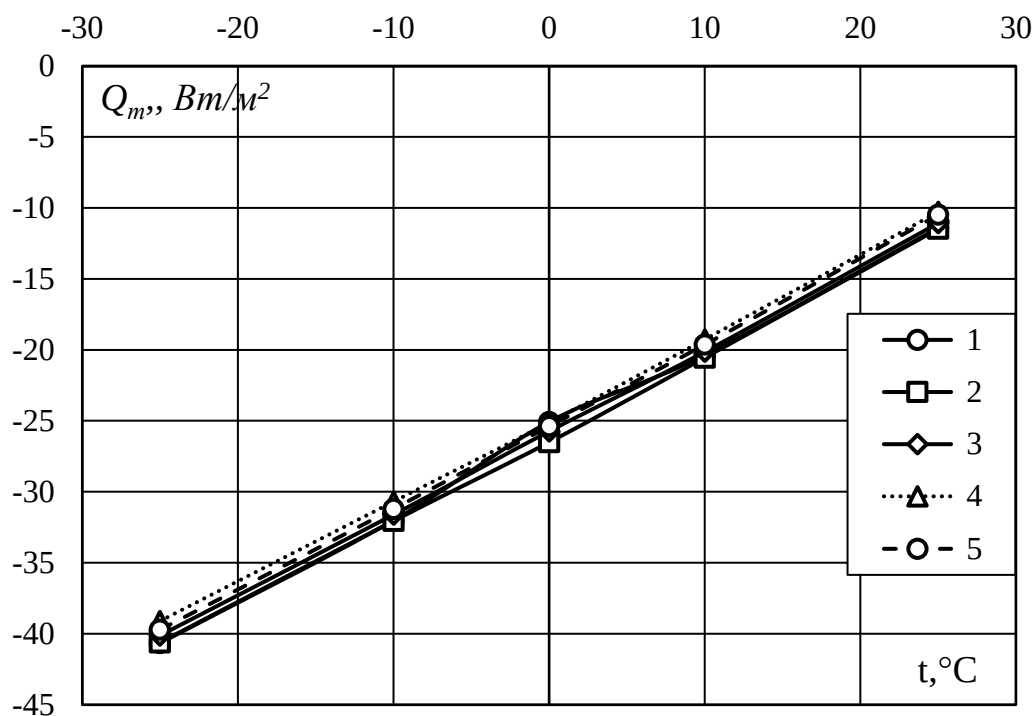


Рисунок 3.8 – График зависимости теплового потока от верхнего слоя земли к температуре наружного воздуха при различных диаметрах трубы: 1 – 32 мм; 2 – 40; 3 – 50; 4 – 100; 5 – 150

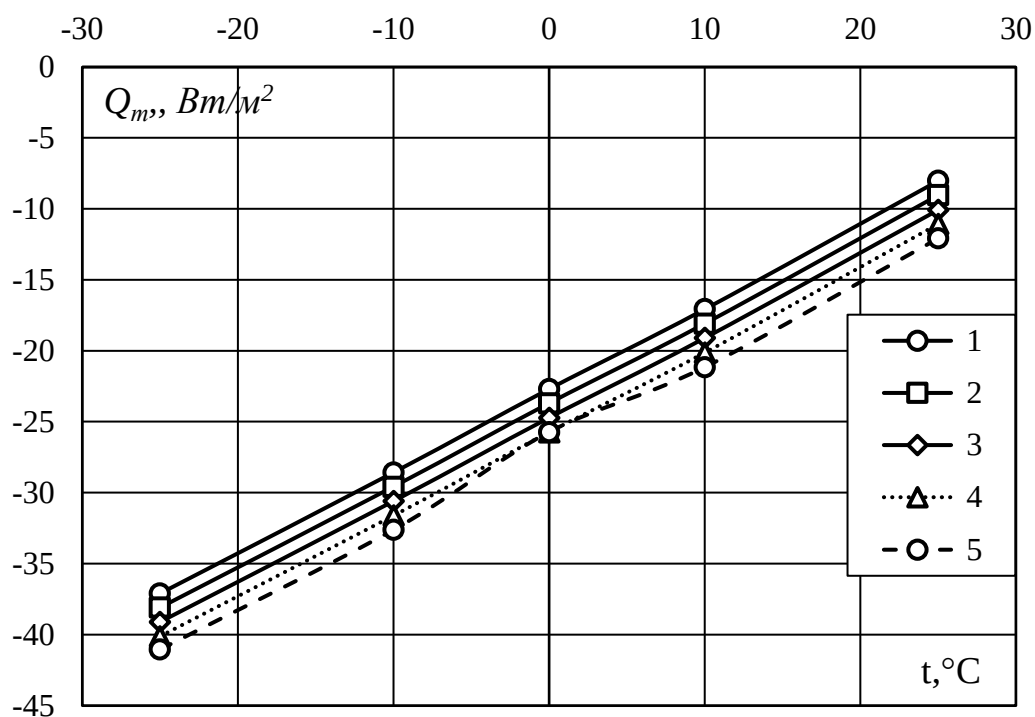


Рисунок 3.9 – График зависимости теплового потока от верхнего слоя земли к температуре наружного воздуха при различных температурах поверхности трубы:

1 – 80 °C; 2 – 85; 3 – 90; 4 – 95; 5 – 100

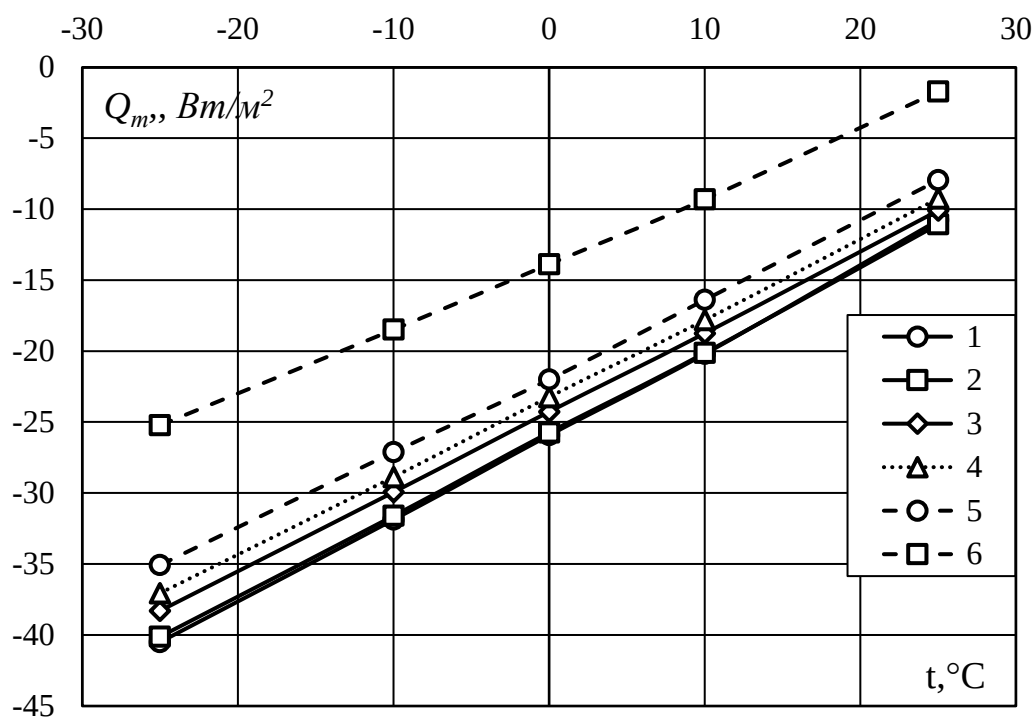


Рисунок 3.10 – График зависимости теплового потока от верхнего слоя земли к температуре наружного воздуха при различной глубине залегания трубы:

1 – 0 мм; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 15; 5 – 25; 6 – 500

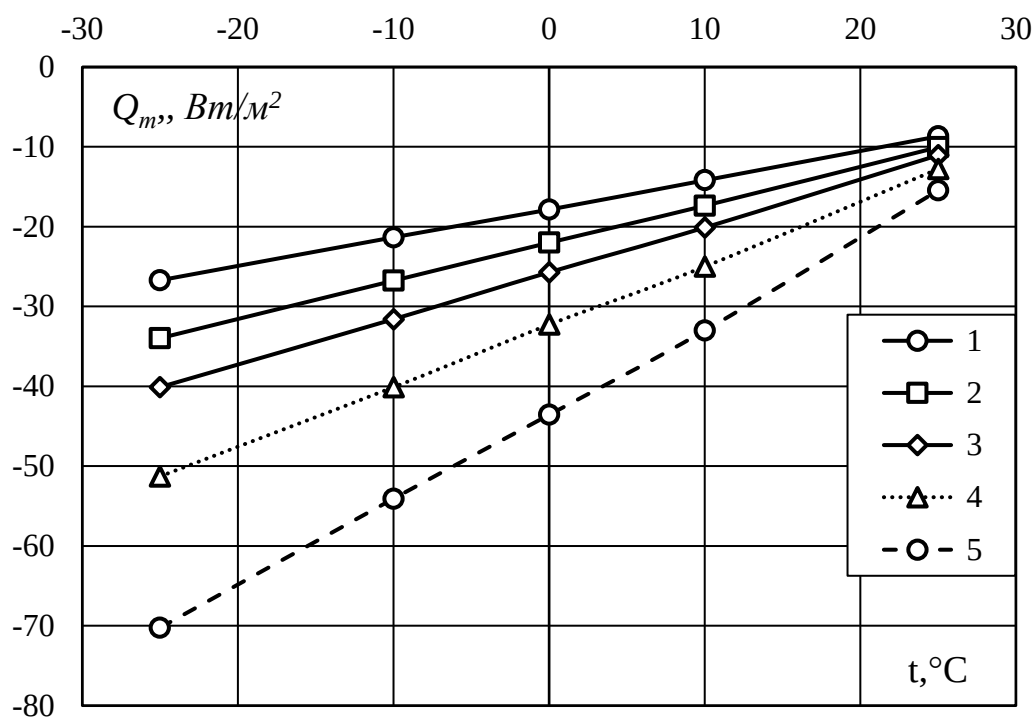


Рисунок 3.11 – График зависимости теплового потока от верхнего слоя земли к температуре наружного воздуха при различном коэффициенте теплопроводности грунта: 1 – 0.5 Вт/(м²*°C); 2 – 0.75; 3 – 1; 4 – 1.5; 5 – 2.5

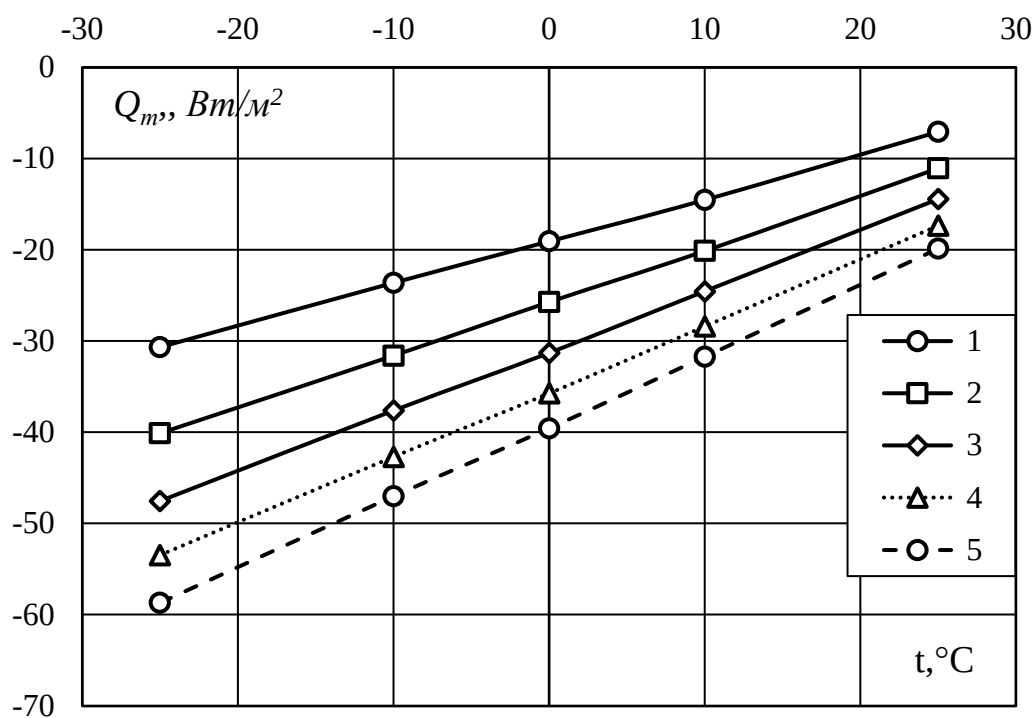


Рисунок 3.12 – График зависимости теплового потока от верхнего слоя земли к температуре наружного воздуха при различном коэффициенте теплопередачи грунта: 1 – 5 Вт/(м²*°C); 2 – 10; 3 – 15; 4 – 20; 5 – 25

Исходя из полученных данных полученных на рисунках 3.3 и 3.12, можно указать, что полученных расчетные данные не выходят на асимптоту. Последующее увеличение расчетной области грунта для заглубленной трубы не приведет нас к сеточной независимости, исходя из чего можно утверждать, что математический аппарат заложенный в Ansys не позволяет полностью рассчитать теплосъем от одиночно проложенной трубы. В связи с этим, для оценки теплораспределения по поверхности грунта от заглубленной трубы (или ряда труб) следует использовать математический аппарат представленный в главах 2.2 и 2.3. В дальнейшем, при проведении экспериментальной части работы, мы будем использовать математический аппарат Ansys и для сравнения разработанный нами математический аппарат представленный в главе 2.2 и 2.3.

Глава 4. Экспериментальные исследования теплораспределения в грунте для одиночно проложенной трубы

4.1 Общее описание проведенного эксперимента

Цель исследования: проверить и подтвердить математические изыскания, выполненные в рамках текущей работы.

Задачи исследования:

1. Выполнить подбор оборудования и материалов;
2. Собрать экспериментальную установку;
3. Провести замер плотности грунта, зафиксировать исходные данные собранной Системы;
4. Провести эксперимент по теплораспределению в грунте;
5. Выполнить моделирование в программной среде Ansys fluent;
6. Провести сравнительный анализ полученных математических (результаты моделирования в Ansys) и практических результатов.

Предмет исследования: теплораспределение от трубы в грунте.

Гипотеза исследования: построенная математическая зависимость теплораспределения от трубы в грунте соответствует физическому теплораспределению в реальных условиях.

Примененная методика:

1. Косвенный метод измерения плотности грунта;
2. Измерения теплораспределения, посредством проведения замеров температуры в точках и построения карты температур.

Исследование включает в себя один эксперимент с проведением замеров плотности грунта и два эксперимента учитывающие теплофизические свойства грунта.

4.2 Описание экспериментальной установки

4.2.1 Общее описание используемого оборудования

Состав экспериментальной установки приведен в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Состав экспериментальной установки.

№	Наименование	Количество
7.	Автоматический выключатель IEK ВА47-29 2Р 16А 4,5кА В MVA20-2-016-B, шт.	2
8.	Цифровой амперметр, вольтметр, ваттметр с внутренним встроенным датчиком 100 А, однофазный. D52-2066, шт.	1
9.	ШИМ регулятор, напряжения 4000 Вт, 0...220 В, шт.	1
10.	ТЭН Redber 255 Вт. Длина 300мм, шт.	1
11.	Цифровой мини термогигрометр с выносным датчиком м дисплеем 50х30 мм, шт.	6
12.	Провод силиконовый ПУНВ 1х2,5 мм ² , м	4
13.	Плата регистрации показаний с датчиков температуры, компл.	1
14.	Ноутбук с программным обеспечением, шт.	1
15.	Модуль гальванической развязки для USB Ard-R01, ADUM3160, шт.	1
16.	Панель монтажная перфорированная пластиковая 90*30 см., шт.	2
17.	Контейнер пластиковый ШВГ 34х21х52 см., шт.	1
18.	Дополнительное оборудование для фиксации эксперимента, компл.	1
19.	Грунт садовый, 50 кг, шт.	1
20.	Уголок крепежный, мебельный, шт.	4
21.	DIN-рейка перфорированная, 150 мм, шт.	1
22.	Метизы, компл.	1

Дополнительное оборудование для проведения эксперимента приведено в таблице 4.2.

Таблица 4.2– Дополнительное использованное оборудование

№	Наименование	Количество
1.	Портативный тепловизор UNI-T UTi260B - 20/+550 °C, IP65 (2.8" TFT LCD, интерфейс USB, дисплей 320x240 пикселей, карта памяти 106906 00-00012010), шт.	1
2.	Цифровой РН-метр с функцией измерения температуры, 52427-1, STARTOVALI, шт.	1
3.	Цифровой мультиметр Mastech MAS838, шт.	1
4.	Терморезистор ЕТР-01А, шт.	1

Внешний вид экспериментальной установки приведен на рисунке 4.1.

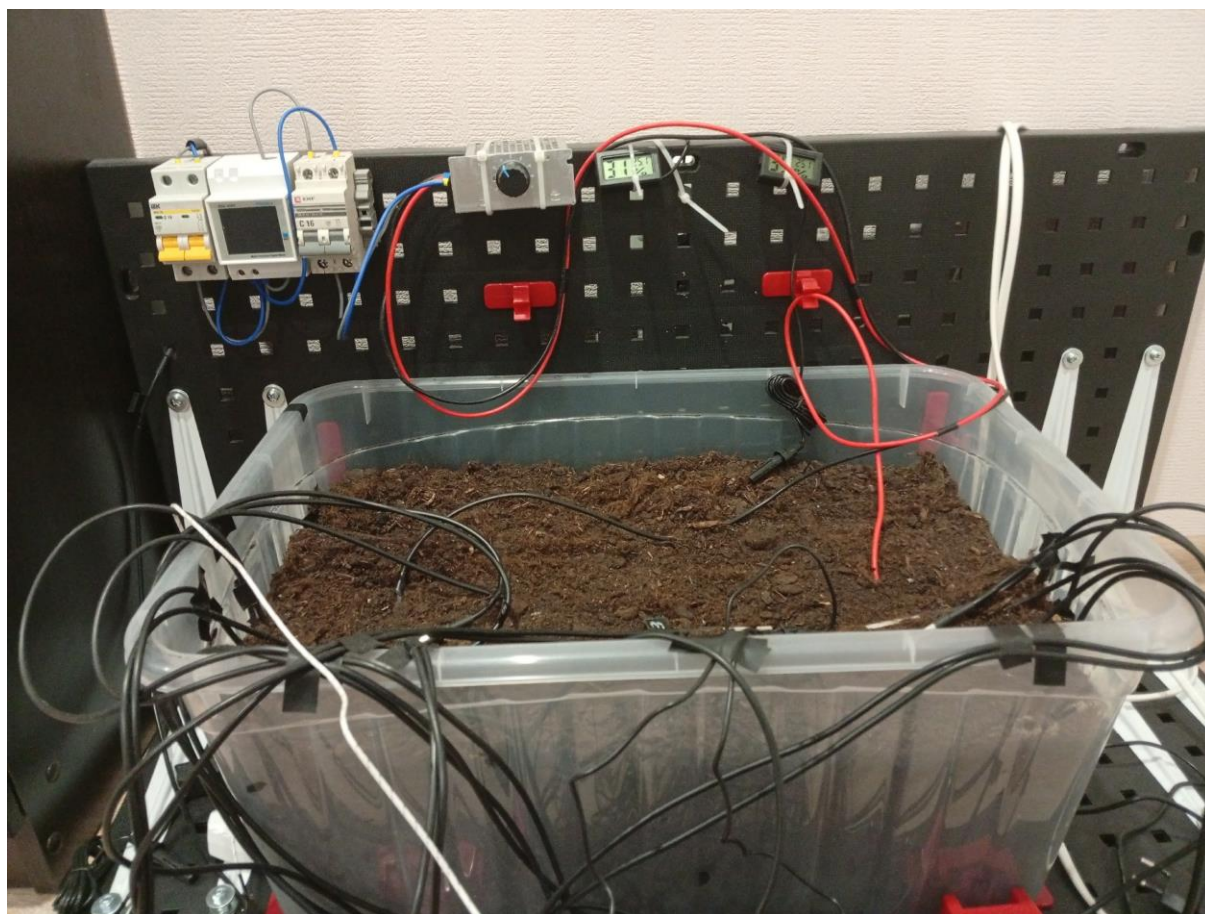
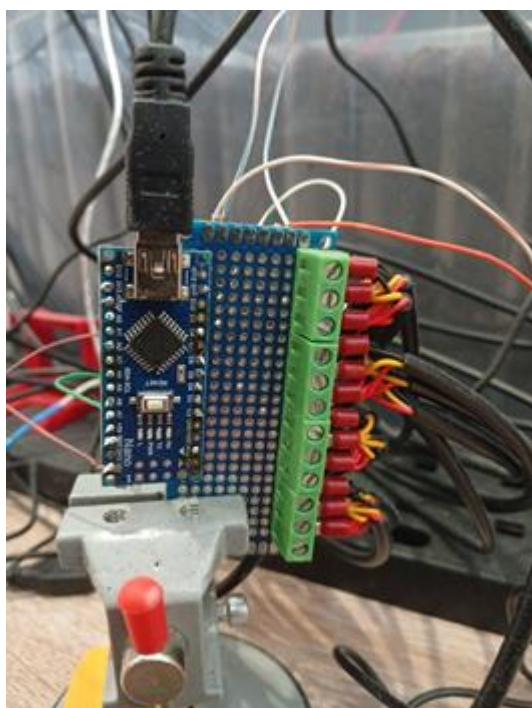


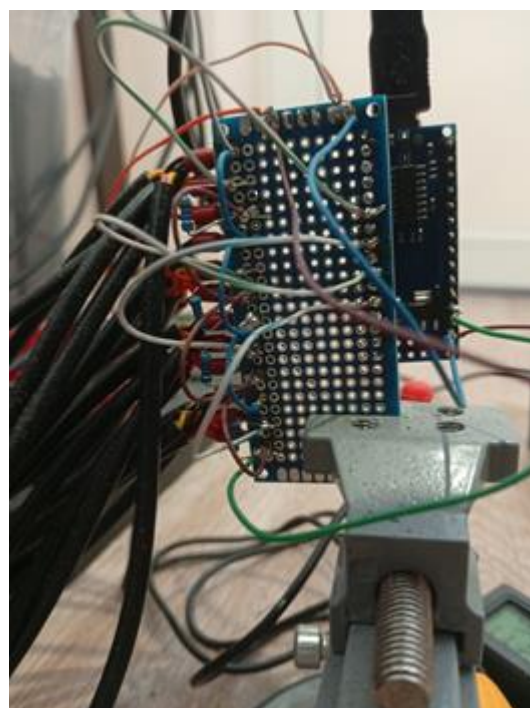
Рисунок 4.1 – Внешний вид экспериментальной установки



Рисунок 4.2 – Внешний вид измерительного блока



(а)



(б)

Рисунок 4.3 – Внешний вид платы ATmega328.

а – передняя сторона макетной платы, б – задняя сторона макетной платы

Схема электрическая принципиальная экспериментальной установки представлена на рисунке 4.4.

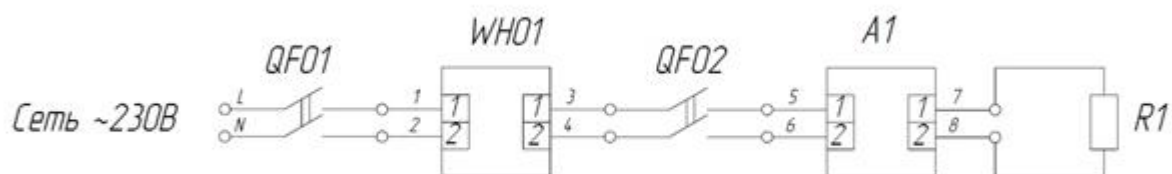


Рисунок 4.4 – Схема электрическая принципиальная

Экспериментальная установка собрана на базе двух монтажных перфорированных панелей. Соединение монтажных панелей выполнено с помощью монтажных уголков. Установка автоматических выключателей, шим-регулятора и цифрового вольтамперметра выполнена на DIN-рейку. Расположение панелей представлено на рисунке 4.5. Структура установки приведена на рисунке 4.6.

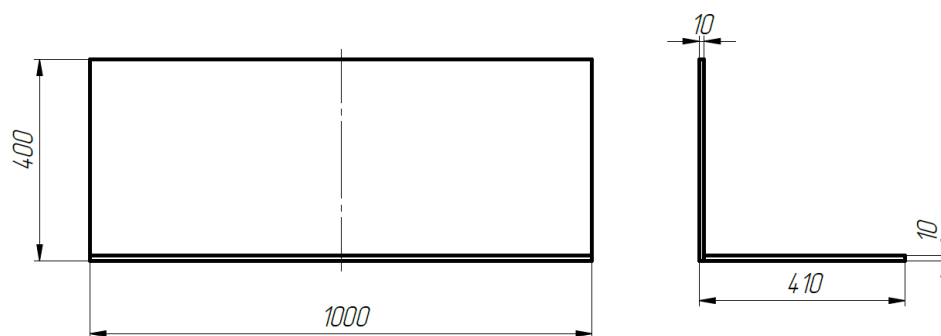


Рисунок 4.5 – Расположение монтажных панелей

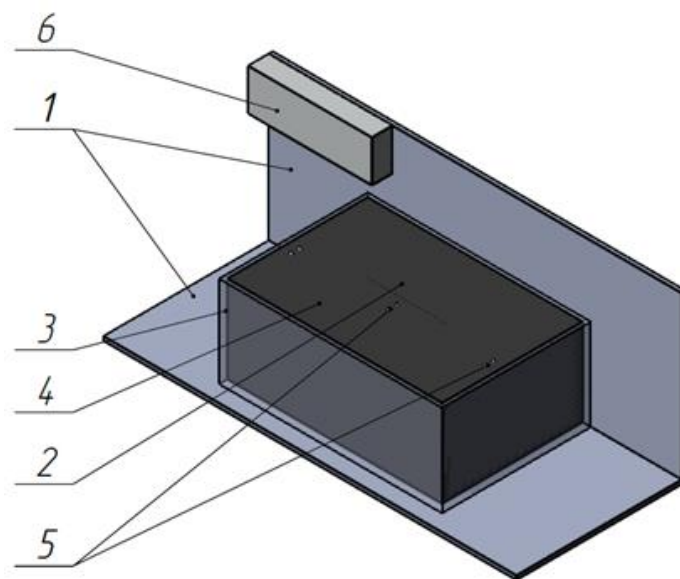


Рисунок 4.6 – Структура экспериментальной установки. 1 - монтажные панели, 2 - резистор, 3 - контейнер пластиковый, 4 - грунт, 5 - датчик температуры, 6 - измерительный блок

Подключение ТЭНа выполнено с помощью силиконового термостойкого кабеля. По центру, на нижнюю перфорированную монтажную панель, устанавливается контейнер пластиковый ШВГ 34x21x52 см. После установки контейнер послойно заполняется грунтом с последующей установкой датчиков температуры DS18B20. Схема расположения и глубина залегания датчиков представлена на рисунках 4.7, 4.8, 4.9.

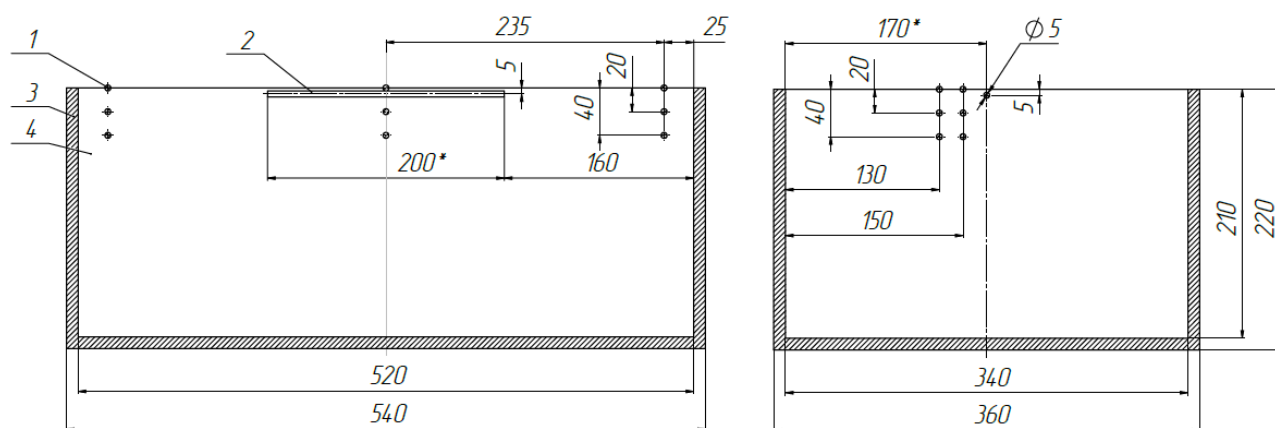


Рисунок 4.7 – Схема расположения и глубина залегания датчиков. 1 - датчик температуры, 2 - резистор, 3 - контейнер пластиковый, 4 - грунт.

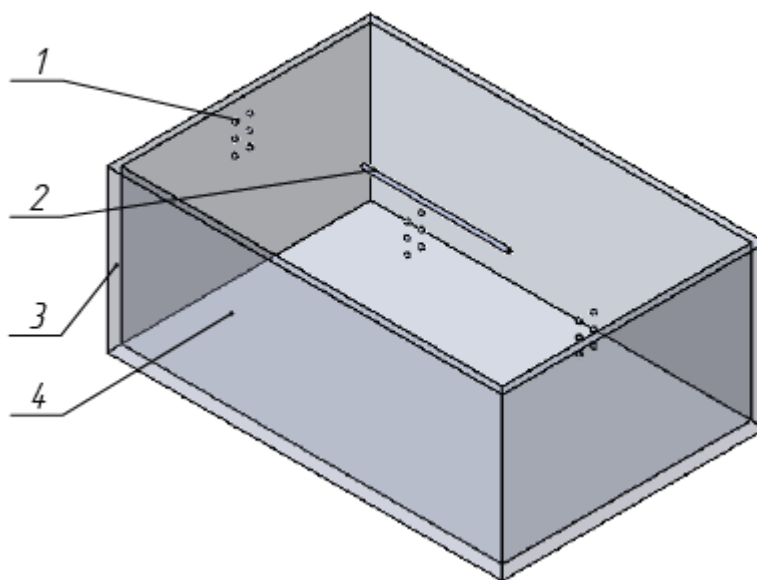


Рисунок 4.8 – Схема расположения и глубина залегания датчиков. Аксонометрический вид. 1 - датчик температуры, 2 - резистор, 3 - контейнер пластиковый, 4 - грунт

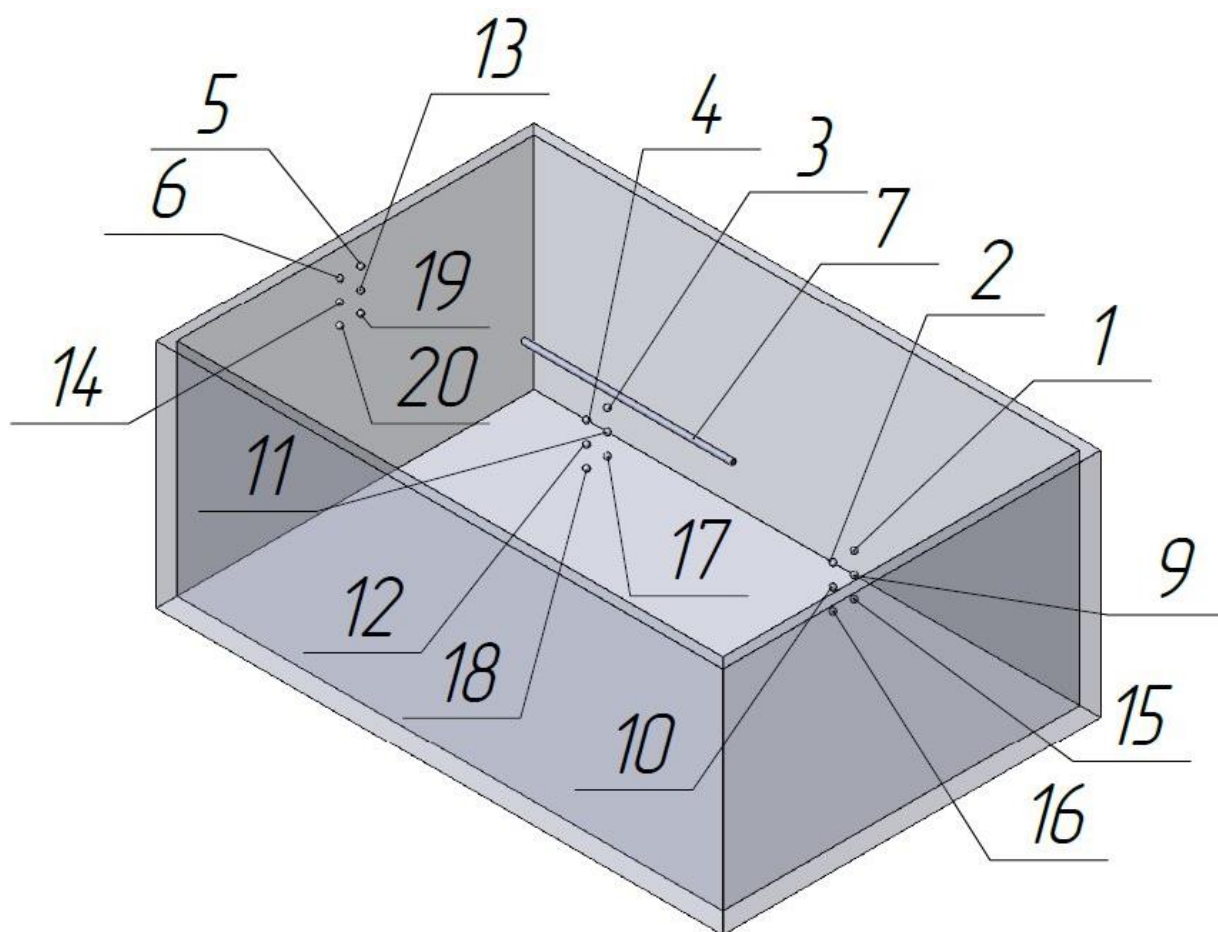


Рисунок 4.9 – Расположение и глубина залегания датчиков (аксонометрический вид): 1-6 – верхний уровень (поверхность грунта); 9-16 – средний уровень (глубина залегания 2 см); 15-20 – нижний уровень (глубина залегания 4 см); 7 – температура резистора, 8 (позиция не показана) – температура наружного воздуха;

После установки датчиков DS18B20 и дублирующих их мини термогигрометров, в контейнер был помещен ТЭН мощностью 255 Вт. Глубина залегания ТЭНа – 5 мм от поверхности грунта до центра ТЭНа. Температура ТЭНа регулируется с помощью ШИМ регулятора и датчика №7. Нагрев тэна регулируется до 200 °С. Контроль температуры дополнительно фиксируется с помощью терморезистора ЕТР-01А, подключенного к мультиметру Mastech MAS838. Контроль температуры наружного воздуха и влажности осуществляется с помощью датчика №8, а также с помощью термогигрометра с выносным дисплеем. Термораспределение по поверхности грунта дополнительно фиксируется с помощью тепловизора UTi260В. Дополнительно измерения влажности и температуры грунта фиксируется с помощью цифрового РН-метра вручную перед началом эксперимента.

Периодичность проведения замеров приведена в таблице 4.3.

Таблица 4.3– Периодичность проведения замеров

№	Наименование измерения	Время
1.	Опрос датчиков DS18B20	Каждую 1 с
2.	Фиксация замеров с термогирометров	Каждые 5 мин
3.	Фиксация температуры с помощью тепловизора	Каждые 15 мин
4.	Измерения грунта с помощью РН-метра	1 раз в начале и в конце эксперимента

Подключение датчиков DS18B20 осуществляется на собранную плату регистрации показаний. Состав платы регистрации показаний приведена в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Состав платы регистрации показаний с датчиков температуры

№	Наименование	Количество
1	Контроллерная плата на базе контроллера ATmega328, чипсет CH340G, компл.	1
2	Печатная макетная плата 3x7 см двухсторонняя для пайки, синяя, шт.	1
3	Водонепроницаемый разъем питания DC 5.5 x 2.5 зарядное гнездо с заглушкой GSMIN JS03 диаметр 8 мм (Черный), шт.	1
4	Блок питания 12 В 2 А, шт.	1
5	RG126-5.0-03P, Винтовой модульный клеммный блок , на плату, 3 контакта, шаг 5.00 мм	3
6	Датчик температуры DS18B20, шт.	20

В плата регистрации показаний состоит из монтажной платы, на которой размещается разъем для подключения блока питания 12 В 2 А, клеммы для подключения датчиков температуры, разводка сигнальных линий и линий питания. Схема подключения датчиков температуры DS18B20 приведена на рисунке 4.10 и 4.11.

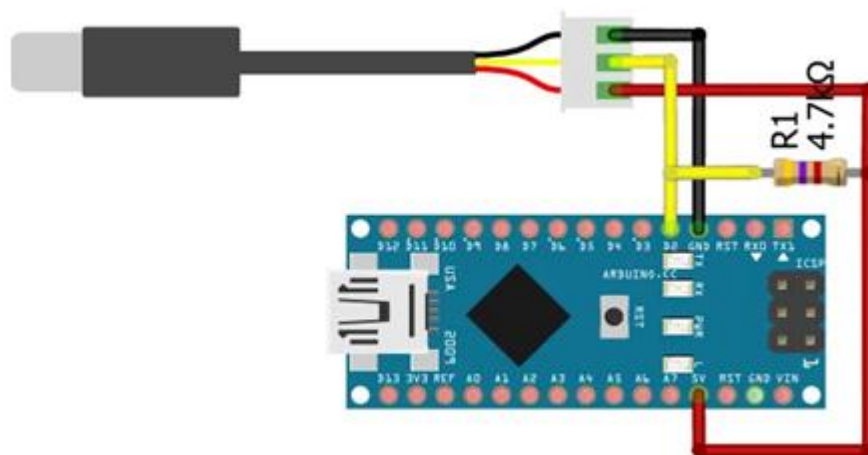


Рисунок 4.10 – Схема подключения датчиков температуры DS18B20, на примере подключения одного датчика

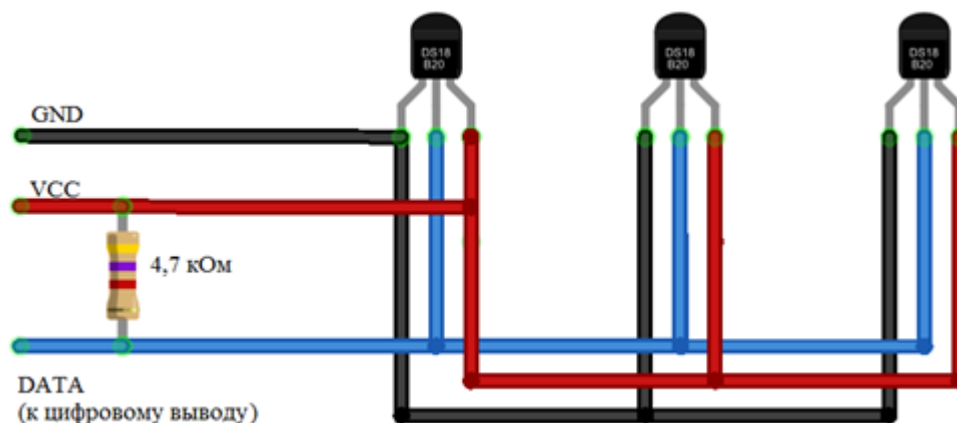


Рисунок 4.11 – Схема подключения датчиков температуры DS18B20, на примере подключения нескольких датчиков

В качестве контроллера применен ATmega328 – однокристальный микроконтроллер, созданный Atmel семейства megaAVR. Технические характеристики контроллера приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Технические характеристики контроллера ATmega328

Параметр	Значение
Тип процессора	8-битный AVR
Максимальная скорость процессора	20 МГц
Производительность	20 MIPS при 20 МГц
Флэш -память	32 КБ
SRAM (статическая память с произвольным доступом)	2 КБ
EEPROM	1 КБ
Количество PIN-кодов в упаковке	28 или 32
Емкостные каналы сенсорного восприятия	16

Примененный CH340 – адаптер для шины USB, которые обеспечивают последовательный, параллельный или ИК-портовый интерфейсы по шине USB (примечание: CH340G поддерживает только последовательный интерфейс). Интегральная схема CH340G обеспечивает передачу общих модемных сигналов, позволяющих подключать UART к компьютеру или преобразовывать существующие UART-устройства в USB-интерфейс.

Для обеспечения измерения температуры применен датчик DS18B20. DS18B20 – цифровой термометр с программируемым разрешением, от 9 до 12 bit, которое может сохраняться в EEPROM памяти прибора. DS18B20 обменивается данными по 1-Wire шине и при этом может быть, как единственным устройством на линии так и работать в группе. Все процессы на шине управляются центральным микропроцессором. Диапазон измерений от -55°C до $+125^{\circ}\text{C}$ и точностью 2°C в диапазоне от -55°C до $+125^{\circ}\text{C}$. В дополнение, DS18B20 может питаться напряжением линии данных («parasite power»), при отсутствии внешнего источника напряжения.

Каждый DS18B20 имеет уникальный 64-битный последовательный код, который позволяет, общаться с множеством датчиков DS18B20 установленных на одной шине. Такой принцип позволяет использовать один микропроцессор, чтобы контролировать множество датчиков DS18B20, подключенных по общей шине. Перед подключением к плате регистрации показаний, датчики опрашиваются в индивидуальном порядке. Для датчиков записывается адрес и при необходимости проводится калибровка. Программа для опроса датчиков приведена в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Программа для опроса датчиков температуры

```
#include <microDS18B20.h>

MicroDS18B20 <2> sensor; // Создаем термометр без адреса на пине D2

uint8_t address[8];      // Создаем массив для адреса

void setup() {
    Serial.begin(9600);
}

void loop() {
```

```

// читаем адрес термометра в указанный массив
if (sensor.readAddress(address)) { // если успешно, выводим
    Serial.print('{');
    for (uint8_t i = 0; i < 8; i++) {
        Serial.print("0x");
        Serial.print(address[i], HEX); // Выводим адрес
        if (i < 7) Serial.print(", ");
    }
    Serial.println('}');
} else Serial.println("Not connected");
delay(1000);
}

```

Программа опроса адресов датчиков включает в себя библиотеку «microDS18B20.h». Далее поле ввода библиотеки задается номер канала, на который подключен датчик и вводится массив адреса датчика, после чего начинается цикл опроса, по завершению которого в серийный порт выводится наименование адреса датчика. Результат опроса имеет следующий вид:

```

#1 - {0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x47, 0x40, 0xFD}
#2 - {0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xCF, 0x6B, 0x55, 0x33}
#3 - {0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x7E, 0x2B, 0x27}
#4 - {0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xC2, 0x30, 0x2F, 0xF1}
#5 - {0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x60, 0x1B, 0xA9}

```

Где «#1» - обозначено условное позиционное обозначение датчика, а «{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x47, 0x40, 0xFD}» – адрес датчика.

Подключение к контроллеру осуществляется по интерфейсу USB. Регистрация измеряемых параметров осуществляется с помощью ПО PuTTY.

Загрузка конфигурации в контроллер выполнена с помощью Arduino (IDE). Язык программирования ST.

Программа для опроса датчиков приведена в таблице 4.7.

Таблица 4.7 – Программа для опроса датчиков температуры

```
#include <microDS18B20.h>

//введем задействованные пены на плате
#define DS_PIN2 2 // пин для термометров - 2
#define DS_PIN3 6 // пин для термометров - 6
#define DS_PIN4 4 // пин для термометров - 4
#define DS_PIN5 8 // пин для термометров - 8

// количество датчиков для удобства
#define DS_SENSOR_AMOUNT 5

// Уникальные адреса датчиков

// создаём двухмерный массив с адресами
uint8_t addr2[][8] = {
//пин2
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x47, 0x40, 0xFD},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xCF, 0x6B, 0x55, 0x33},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x7E, 0x2B, 0x27},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xC2, 0x30, 0x2F, 0xF1},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x60, 0x1B, 0xA9},
};

uint8_t addr3[][8] = {
//пин3
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x76, 0xE5, 0x84},
```

```
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xCF, 0x7D, 0x1E, 0x13},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xCF, 0x61, 0xD8, 0xA5},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xC2, 0x3A, 0xB1, 0x18},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x45, 0x96, 0xE6},
};
```

```
uint8_t addr4[][8] = {
//пин4
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x44, 0x11, 0x2D},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x47, 0xE4, 0x33},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xCF, 0x7E, 0x32, 0xC6},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xCF, 0x66, 0xA8, 0x33},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x6A, 0xBC, 0x62},
};
```

```
uint8_t addr5[][8] = {
//пин5
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x2D, 0x7A, 0x80},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x61, 0xA2, 0xC3},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xC2, 0xD, 0xDE, 0x7F},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0x89, 0x64, 0xA2, 0x3C},
{0x28, 0x61, 0x64, 0x34, 0xCF, 0x7E, 0x30, 0x7A},
};
```

```
MicroDS18B20<DS_PIN2,DS_ADDR_MODE>
sensor1[DS_SENSOR_AMOUNT];
MicroDS18B20<DS_PIN3, DS_ADDR_MODE>
sensor2[DS_SENSOR_AMOUNT];
MicroDS18B20<DS_PIN4, DS_ADDR_MODE>
sensor3[DS_SENSOR_AMOUNT];
```

```

MicroDS18B20<DS_PIN5, DS_ADDR_MODE>
sensor4[DS_SENSOR_AMOUNT];

void setup() {
    Serial.begin(9600);
    // устанавливаем адреса
    for (int i = 0; i < DS_SENSOR_AMOUNT; i++) {
        sensor1[i].setAddress(addr2[i]);
        sensor2[i].setAddress(addr3[i]);
        sensor3[i].setAddress(addr4[i]);
        sensor4[i].setAddress(addr5[i]);
    }
}

void loop() {
    // конструкция программного таймера на 1с
    static uint32_t tmr;
    if (millis() - tmr >= 1000) {
        tmr = millis();

        // выводим показания в порт
        for (int i = 0; i < DS_SENSOR_AMOUNT; i++) {
            Serial.print(sensor1[i].getTemp());
            Serial.print(',');
        }
        for (int i = 0; i < DS_SENSOR_AMOUNT; i++) {
            Serial.print(sensor2[i].getTemp());
            Serial.print(',');
        }
        for (int i = 0; i < DS_SENSOR_AMOUNT; i++) {

```

```
        Serial.print(sensor3[i].getTemp());  
        Serial.print(',');  
    }  
    for (int i = 0; i < DS_SENSOR_AMOUNT; i++) {  
        Serial.print(sensor4[i].getTemp());  
        Serial.print(',');  
    }  
  
    Serial.println();  
  
    // запрашиваем новые  
    for (int i = 0; i < DS_SENSOR_AMOUNT; i++) {  
        sensor1[i].requestTemp();  
        sensor2[i].requestTemp();  
        sensor3[i].requestTemp();  
        sensor4[i].requestTemp();  
    }  
}  
}
```

Таким образом в конце выполнения одного цикла программы мы получаем строку с записанными текущими значениями датчиков. При следующем опросе новые значения будут записаны следующей строкой с сохранением предыдущих значений температур.

4.2.2 Неисправности, выявленные при работе экспериментальной установки

В процессе работы эксплуатации установки были выявлены и устранены неисправности (таблица 4.8).

Таблица 4.8 – Перечень устранённых неисправностей установки

№	Наименование неисправности	Принятые действия по устранению неисправности
1.	Неисправность контроллера ATmega328, заводской брак распайки линии питания контроллера	Замена контроллерной платы ATmega328
2.	Неисправен канал D3	Переподключение датчиков на канал D6
3.	Неисправен канал D5	Переподключение датчиков на канал D8

4.2.3 Косвенный метод измерения плотности грунта

Цель проведения замеров: вычислить плотность грунта.

Состав оборудования и материалов приведен в таблице 4.9.

Таблица 4.9 – Оборудование для замеров плотности грунта

№	Наименование	Количество
1.	Ареометр АОН-1 940-1000 ГОСТ 18481-81	1
2.	Ареометр АОН-1 1000-1060 ГОСТ 18481-81	1
3.	Емкость мерная стеклянная, 250 мл.	1
4.	Весы цифровые	1
5.	Тара для забора грунта	1
6.	Дистиллированная вода, л	1

План эксперимента:

1. С помощью ареометров АОН-1 вычислить плотность используемой воды;
2. Налить воду с установленным значением плотности в мерную емкость.

Зафиксировать значение объема;

3. Провести взвешивание тары для забора грунта;
4. С помощью тары взять пробу грунта;
5. Провести взвешивание тары для забора с взятым грунтом;

6. Поместить грунт в мерную емкость. Зафиксировать уровень воды после помещения грунта;
7. Взвесить тару для забора после извлечения грунта;
8. После проведения замеров очистить мерную емкость от воды с грунтом;
9. Провести замеры три раза.

Ход эксперимента:

Перед проведением измерения плотности грунта были выполнены следующие подготовительные работы:

1. С помощью ареометров АОН-1 было выполнено измерение плотности воды, используемой для проведения эксперимента. Количество замеров для осуществления измерения плотности воды – 10;
2. После проведения замеров в емкость мерную была помещена вода объемом 0,000119 м³.

Ареометры АОН-1 предоставлены ФГБОУ ВО КГЭУ. Ареометры поверены и имеют сертификаты соответствия. Результаты замеров плотности воды приведены в таблице 4.10.

Таблица 4.10 – Плотность воды

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значение измеренной плотности, кг/м ³	1000	1001	1003	998	1001	997	1003	1002	999	1002
Среднее арифметическое значение плотности, кг/м ³	1000,6									

После проведения замеров плотности воды были взяты пробы исследуемого грунта. Для проведения замеров плотности грунта были взяты три пробы с помощью мерной тары. Масса мерной тары измерена непосредственно до взятия грунта, с взятым грунтом, а также после помещения грунта в стеклянную мерную емкость.

После помещения грунта в мерную емкость фиксировался новый объем, занимаемой смесью. Результаты замеров приведены в таблице 4.11.

Таблица 4.11 – Результаты замеров

Номер замеров	1	2	3
Наименование замера	Полученные результаты		
Масса тары, кг	0,03196	0,03197	0,03196
Масса тары с землей, кг	0,03837	0,03939	0,03835
Масса тары после добавления земли в воду кг	0,03197	0,03295	0,03189
Объем воды начальный, м ³	0,000119	0,000121	0,000119
объем воды конечный м ³	0,000124	0,000126	0,000124
Масса земли кг	0,0064	0,00644	0,00646
Занимаемый объем м ³	0,000005	0,000005	0,000005
Плотность, кг/м ³	1280	1288	1292
Среднеарифметическая плотность, кг/м ³	1286,6667		

Далее вычисленную среднюю плотность будем использовать для проведения расчётов и последующего сравнения с экспериментальными данными.

4.3 Проведение эксперимента по изучению теплораспределения в грунте для одиночной трубы

Цель проведения замеров: построить зависимость теплораспределения в грунте.

План эксперимента:

1. Провести замер физических параметров грунта в начале и в конце эксперимента с помощью РН-метра;
2. Провести замер температуры и влажности помещения;
3. Выполнить первичную съемку тепловизором в «0» момент времени;
4. Проверить, что датчики DS18B20 выводят параметры температуры, связь с контроллером стабильна, пропаданий связи нет;

5. Включить QF01. На экране цифрового индикатора мощности, должны быть отображены текущие параметры тока и напряжения в сети (ток равен 0 А на нагрузке);
6. Выставить ШИМ (A1) на значение, соответствующее 100 Вт от общей мощности ТЭНа;
7. Включить QF02, осуществить контроль за током и напряжением на входе в ШИМ;
8. С помощью датчиков DS18B20 провести замер температуры грунта при включенном ТЭНе. Регулирование мощности ТЭНа осуществить с помощью ШИМ-регулятора;
9. Провести съемку распределения температуры по поверхности грунта с помощью тепловизора;
10. Одновременно со съемкой контролировать температуру грунта по выносным датчикам температуры с дисплеем. Показания выносных датчиков служат для индикации производителю работ и не участвуют в аналитике эксперимента;
11. По завершению замеров (90 мин), обесточьте установку, дайте земле остыть;
12. Выполним запись полученных результатов.

Ход эксперимента:

1. Проведение эксперимента с высушенной почвой
2. Проведение эксперимента с влажной почвой

4.3.1 Проведение эксперимента с высушенной почвой

В начале и в конце эксперимента проводится замеры влажности почвы с помощью РН-метра. Результаты замеров приведены в таблице 4.12.

Таблица 4.12 – Замеренные данные грунта в контрольной точке

Время, мин	Верхний уровень			Средний уровень			Нижний уровень		
	РН	Влажность, %	Температура	РН	Влажность, %	Температура	РН	Влажность, %	Температура
0	6,9	1	22	7	1	22	7	8	22
30	6,9	1	22	7	1	22	7	8	22
90	6,9	1	22	7	1	22	7	8	22

Примечание – Верхний уровень соответствует поверхности почвы. Средний – глубине 2 см. Нижний – глубине 4 см. Контрольная точка отдалена от тэна и служит для контроля физических параметров грунта.

Почва была предварительно высушена путем предварительного длительного прогревания. После нескольких этапов прогрева процент содержания влаги не превышает 10 %.

Параметры помещения приведены в таблице 4.13.

Таблица 4.13 – Параметры помещения

Время, мин	Параметры помещения	
	Влажность, %	Температура воздуха в помещении, °С
0	56	23,3
20	55	23,2
40	55	23,2
60	55	24,6
80	55	24,7
100	55	25,7

Для сравнения с экспериментальными данными возьмем точки 3, 4, 11, 12. Изменения на точках 17 и 18 незначительны и не могут быть представлены для анализа переходного процесса. Параметры расчётной сетки приведены в таблице 4.14.

Таблица 4.14 – Параметры расчётной сетки

№	Наименование параметра	Значение
1	Ширина расчётной зоны, мм	170
2	Ширина высота зоны, мм	210
3	Physics Preference	CFD
4	Solver Preference	Fluent
5	Element Order	Linear
6	Element Size, мм	5
7	Export format	Standart
8	Use adaptive sizing	No
9	Growth Rate	1
10	Mesh Defeathering	Да
11	Defeature Size, мм	1
12	Capture Curvature	Да
13	Curvature Min Size, мм	1
14	Curvature Normal Angle	Dfault (18,°)

№	Наименование параметра	Значение
15	Capture Proximity	Нет
16	Boundary Box Diagonal, мм	270,19
17	Average Surface Area, мм ²	35960
18	Minimum Edge Length, мм	2
19	Nodes	35090
20	Elements	35705
Настройки Inflation		
1	Scoping Method	Geometry Selection
2	Geometry	1 Face
3	Suppressed	No
4	Boundary Scoping Method	Geometry Selection
5	Boundary	1 Edge
6	Inflation option	Smooth Transition
7	Transition Ratio	0,272
8	Maximum Layers	5
9	Growth Rate	1
10	Inflation Algorithm	Pre

Параметры расчёта приведены в таблице 4.15.

Таблица 4.15 – Параметры расчета

№	Наименование параметра	Значение
1	Количество задействованных процессоров в расчёте, шт.	4
2	Число задействованных потоков, шт.	8
3	Настройка Double Precision	Да
4	Настройка Display Mesh After Reading	Да
5	Energy (учет энергии)	Да (ON)
6	Time	Transient
7	Значение ускорения свободного падения по оси «Y»	-9,81
8	Тип инициализации	Standard Initialization
9	Температура инициализации, °C	23
10	Time advancement Type	Fixed
11	Method	User-Specified
12	Number of time Steps	3600
13	Time Step Size, с	1
14	Максимальное количество итераций за 1 шаг	20

Параметры грунта приведены в таблице 4.15.

Таблица 4.15 – Параметры грунта

№	Наименование параметра	Значение
1	Плотность грунта, кг/м ³	1280
2	Теплоемкость грунта, Дж / (кг*°C)	875
3	Теплопроводность, Вт / (м*°C)	0,05
4	Коэффициент теплоотдачи, Вт / (м ² *°C)	10

Общий вид расчётной сетки приведен на рисунке

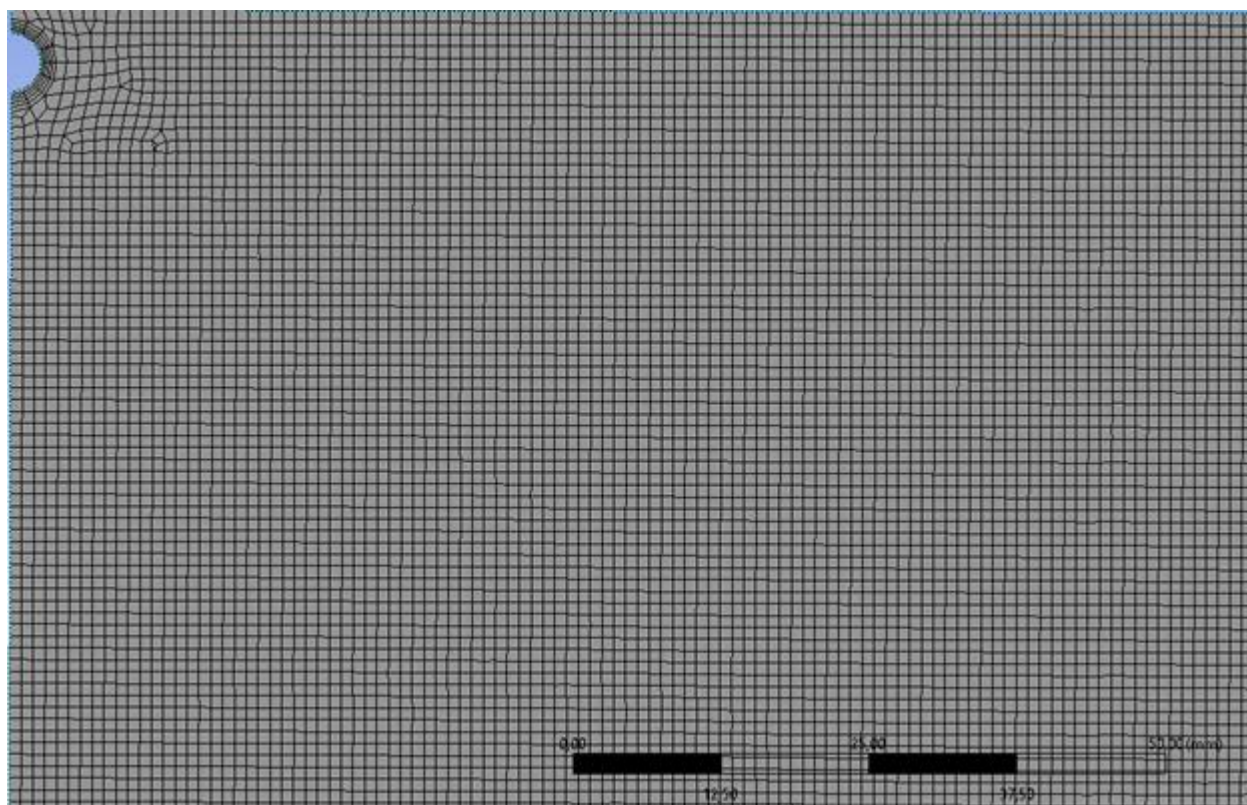


Рисунок 4.14 – Внешний вид расчетной сетки

Результаты практического и расчетного эксперимента приведены в таблице 4.16. Расчет значения температуры для М3 и М4 на поверхности грунта выполнен согласно главе 2.2, исходя из параметров грунта и температуры ТЭНа. Аналогичный расчет для М3 и М4 можно выполнить в программе для ЭВМ представленной в приложении 1.

Таблица 4.16 – Результаты практического и расчетного эксперимента.

Время, мин	Температура грунта в расчетных и измеряемых точках, °C									
	P3	P4	P11	P12	П3	П4	П11	П12	M3	M4
0:00:00	20	20	20	20	21,25	21,44	20,94	20,75	24,44	21,45
0:01:00	24,999	24,499	27	27	21,25	21,44	20,94	20,75	24,52	21,53
0:05:00	23,996	23,596	27,001	27,001	21,56	21,44	21,06	20,75	25,06	21,02
0:10:00	23,68	23,68	27,096	27,096	22,5	21,44	21,87	20,75	25,78	21,67
0:15:00	24,542	22,551	27,584	26,928	23,75	21,5	23,25	20,75	26,37	22,21
0:20:00	25,534	22,302	28,486	26,834	25	21,56	24,81	20,75	26,91	22,69
0:25:00	26,44	22,131	29,639	26,727	25,94	21,69	26,25	20,81	27,42	22,16
0:30:00	27,222	22,017	30,896	26,633	26,75	21,75	27,69	20,94	27,87	22,56
0:35:00	27,888	21,947	32,167	26,566	26,94	21,87	28,56	21,06	27,57	22,29
0:40:00	28,457	21,91	33,401	26,534	26,94	21,94	28,87	21,12	27,79	22,49
0:45:00	31,237	22,179	35,537	26,827	27,44	22	29,31	21,25	28,29	22,95
0:50:00	31,473	22,642	38,321	27,055	28	21,94	30,25	21,37	28,90	22,50
0:55:00	32,166	23,724	40,323	27,551	28,81	21,87	31,5	21,44	29,57	22,11
1:00:00	31,847	22,375	43,802	28,087	29,94	21,81	33,19	21,5	30,10	21,58

П – точка практического эксперимента
 Р – точка расчётного эксперимента (в ПО Ansys Fluent)
 М – точка расчётного эксперимента (согласно главе 2.2)

Результаты сравнения параметров представлены графиках 4.15-4.18.

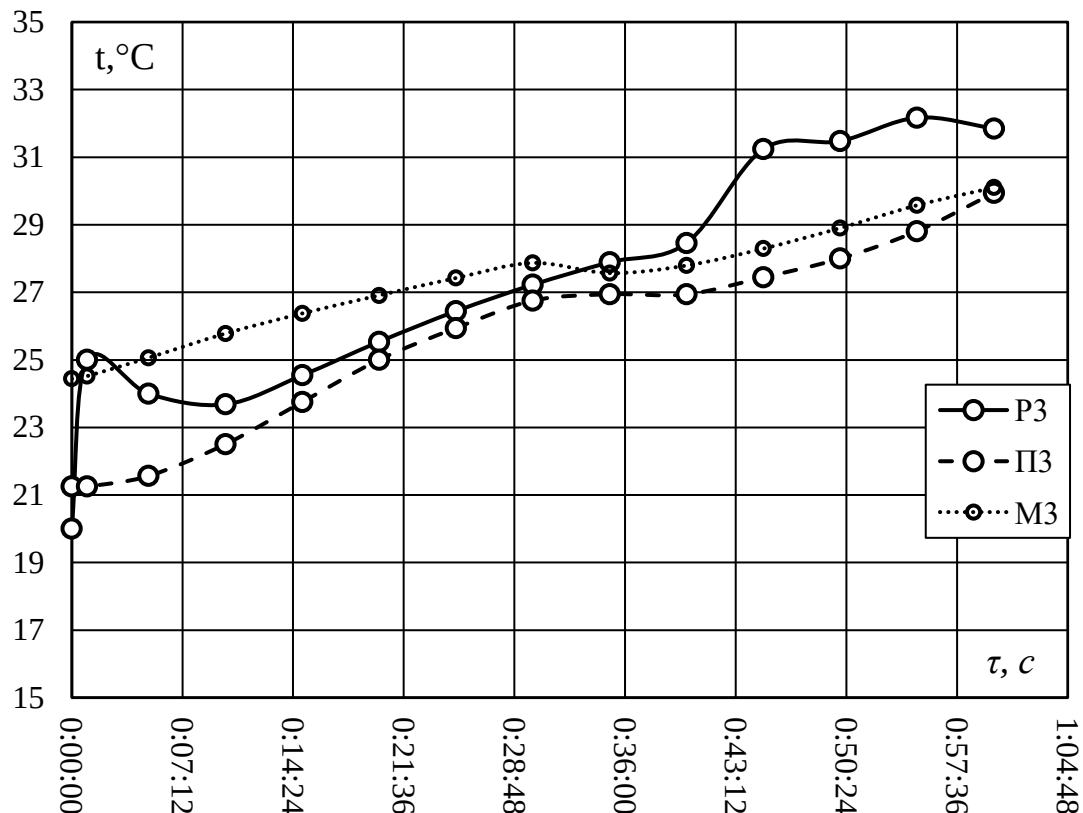


Рисунок 4.15 – Температура грунта в точках P3, П3, М3

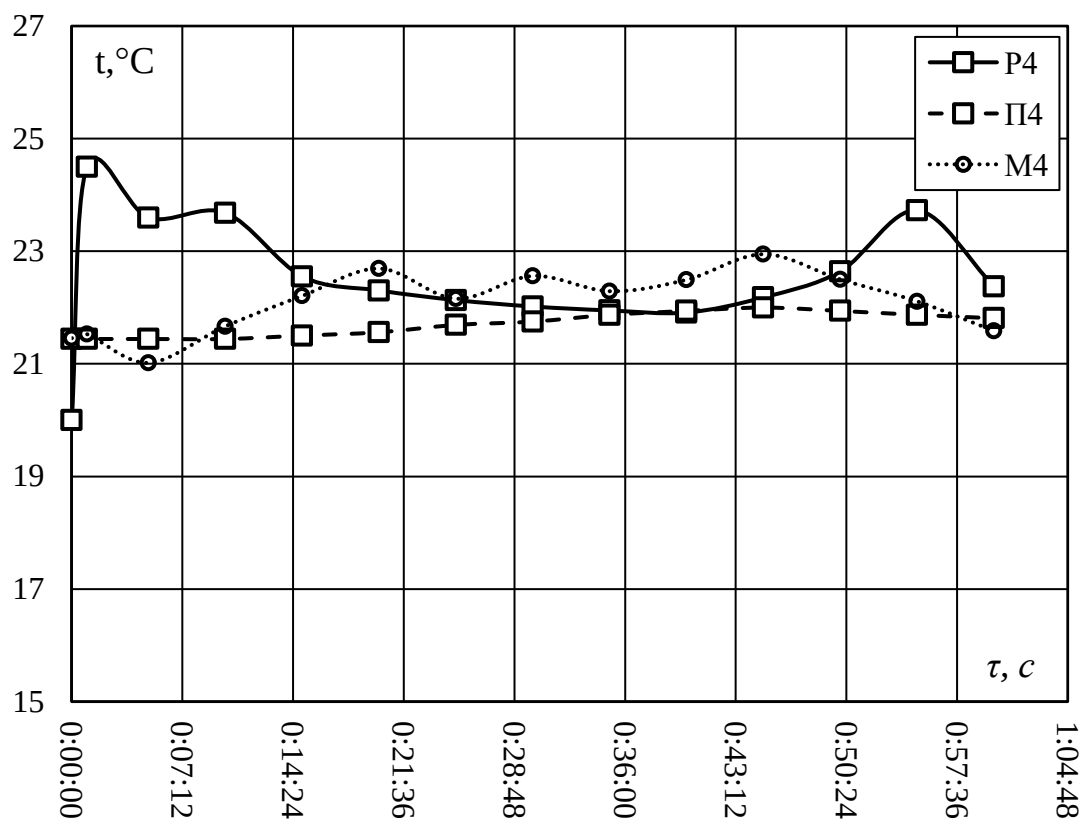


Рисунок 4.16– Температура грунта в точках P4, П4, M4

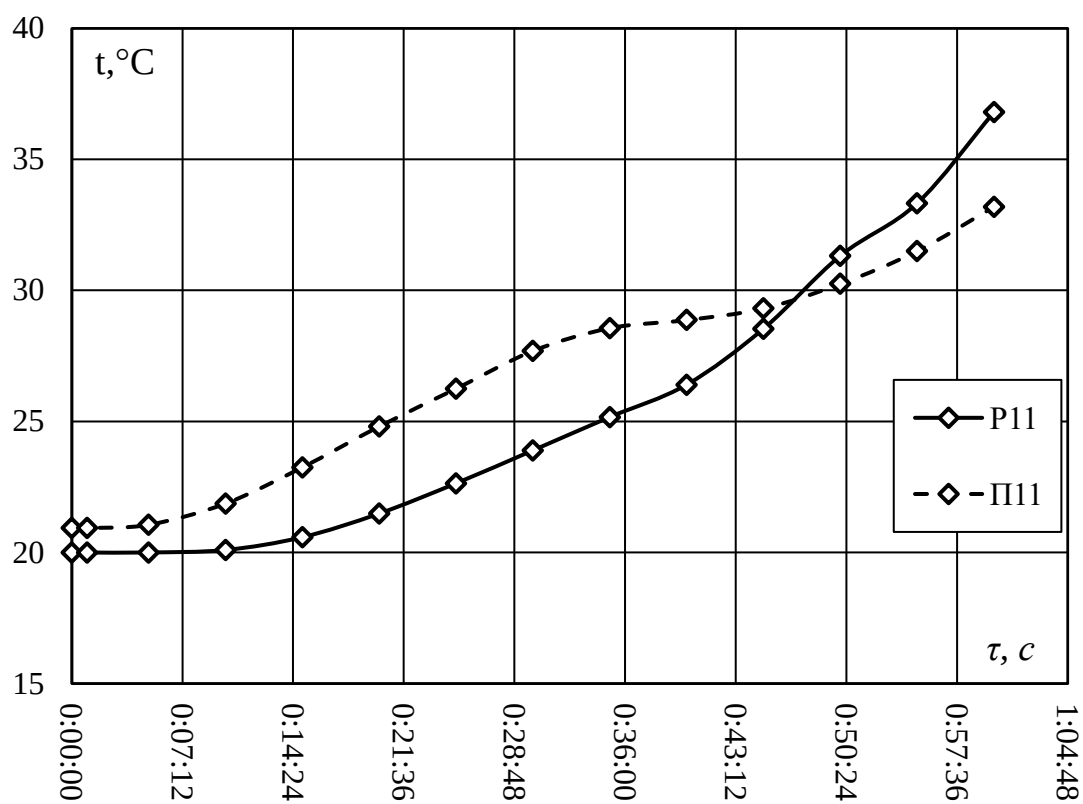


Рисунок 4.17– Температура грунта в точках P11, П11

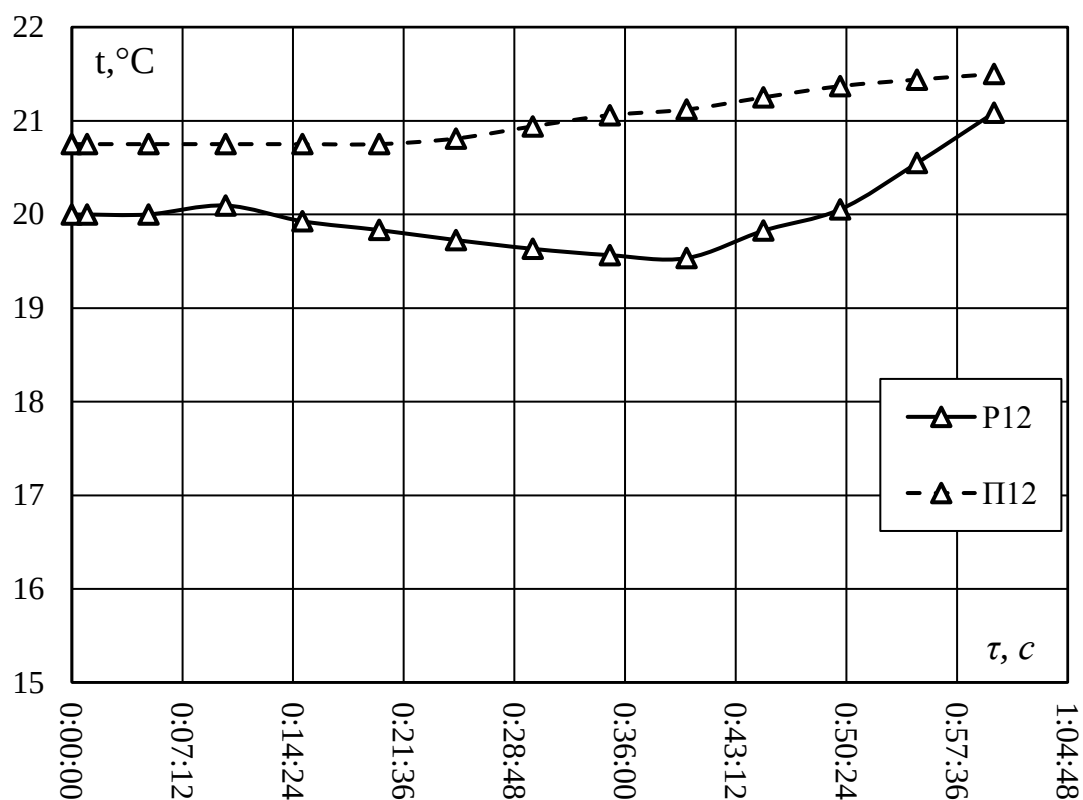


Рисунок 4.18 – Температура грунта в точках P12, П12

Общий график с расчётными и практическими данными приведен на рисунке 4.19.

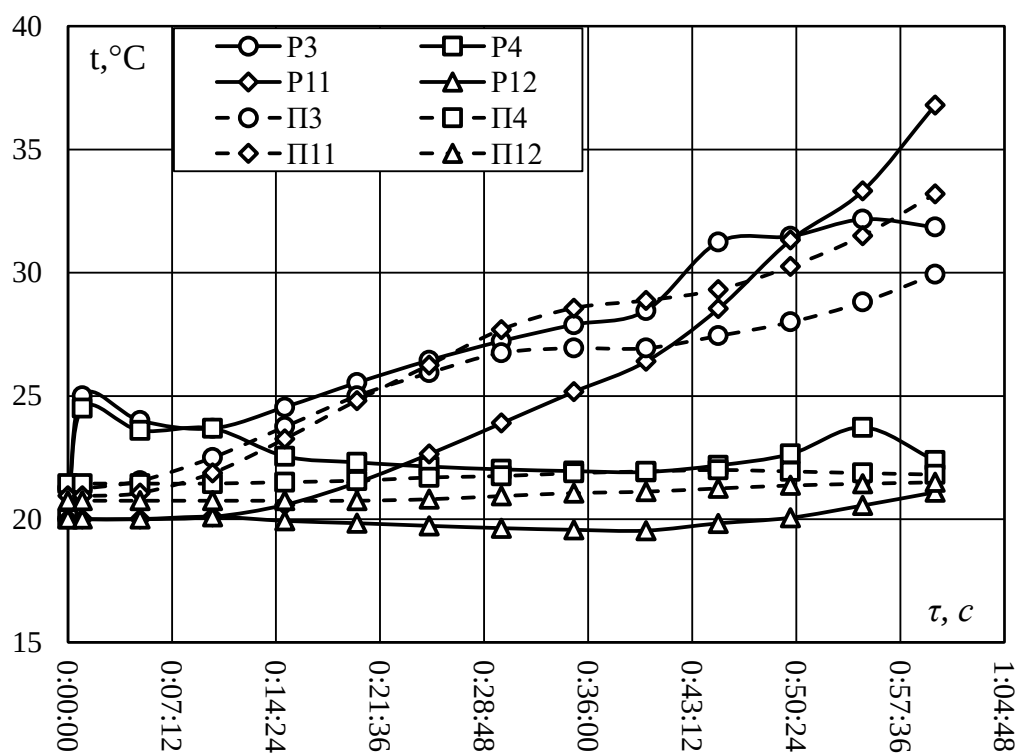


Рисунок 4.19 – Общий график с расчётными и практическими данными для точек P3, P4, P11, P12, П3, П4, П11, П12

Общие результаты замера температуры в комнате приведен на рисунке 4.20.

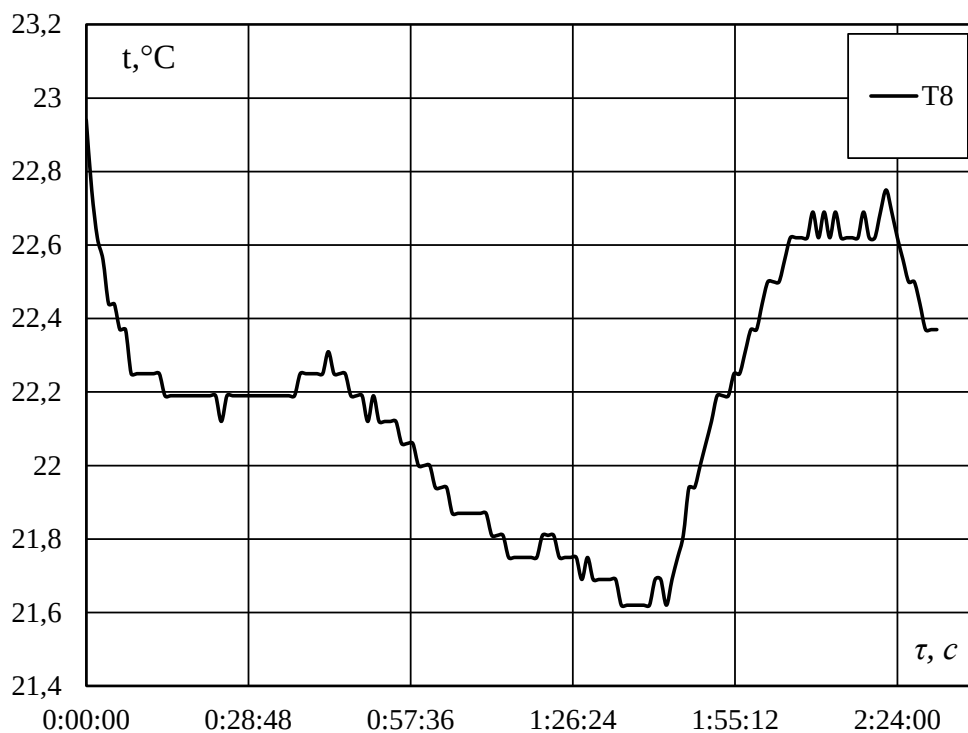


Рисунок 4.20– Результаты замера температуры в комнате по датчику T8
Температура верхнего уровня грунта. Точки T1-T6 (рисунок 4.21).

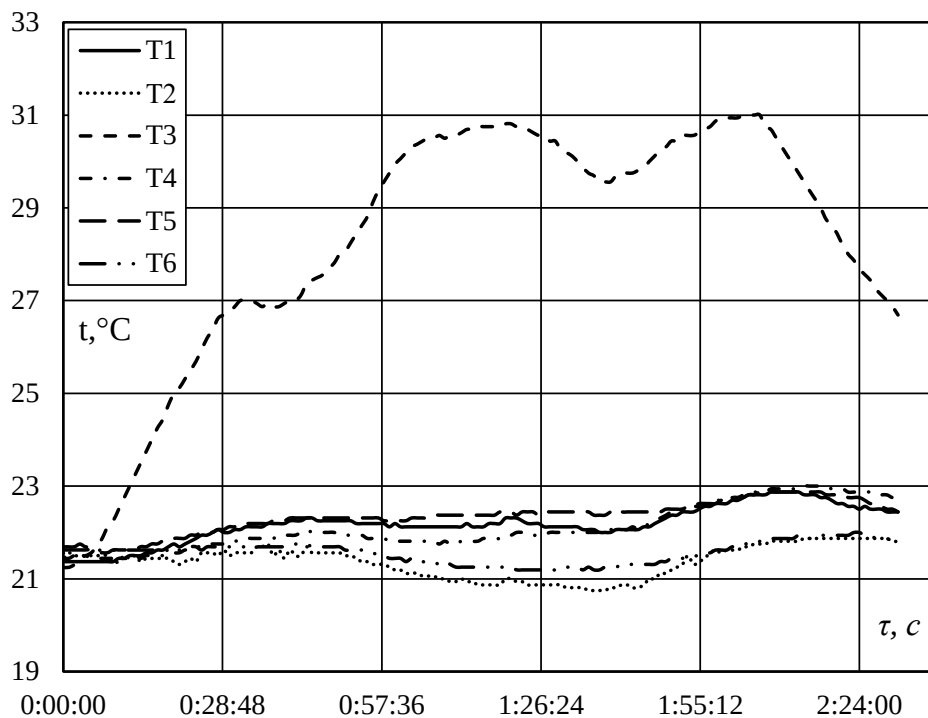


Рисунок 4.21 – Температура верхнего уровня грунта. Точки T1-T6
Температура среднего уровня грунта. Точки T9-T14. Глубина 2 см
(рисунок 4.22).

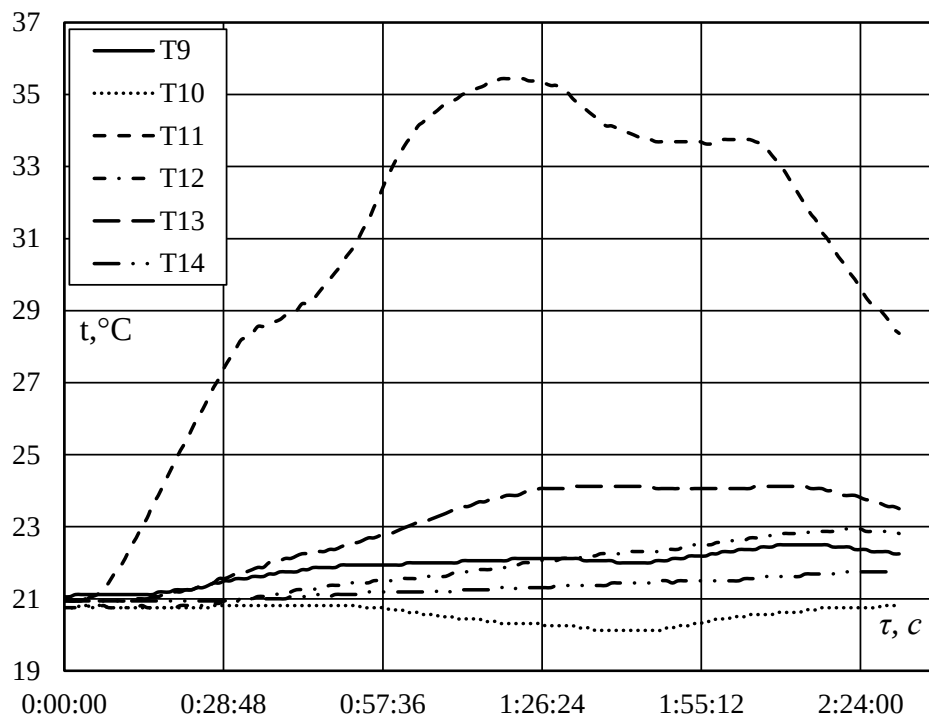


Рисунок 4.22 – Температура среднего уровня грунта. Точки T9-T14. Глубина 2 см
Температура нижнего уровня грунта. Точки T15-T20. Глубина 4 см
(рисунок 4.23).

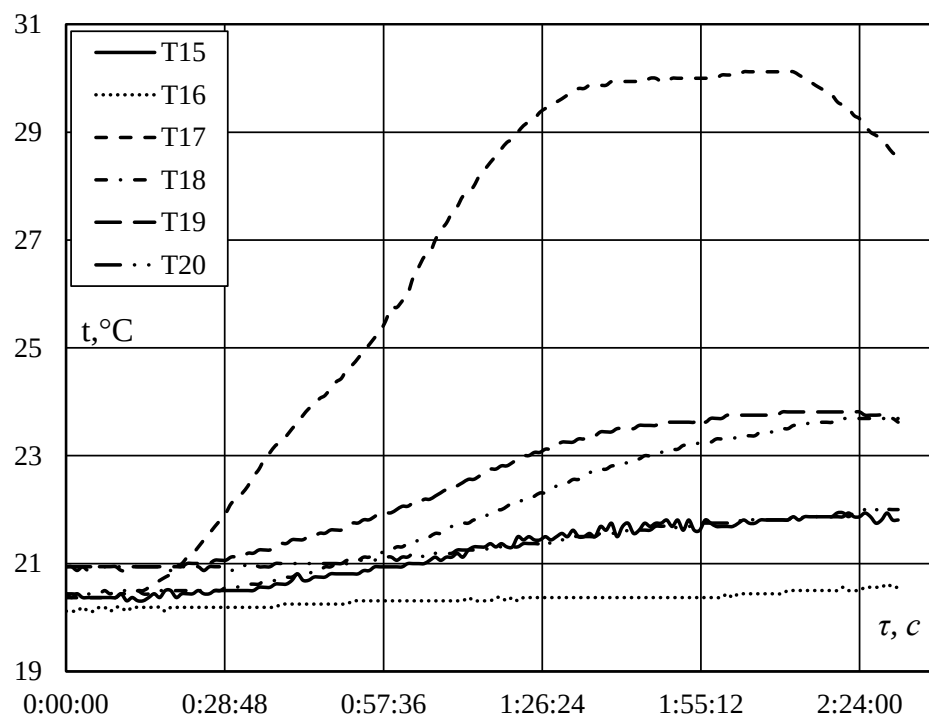


Рисунок 4.23 – Температура нижнего уровня грунта. Точки T15-T20. Глубина 4 см
Температура резистора T7. Максимальная температура 200 $^\circ\text{C}$
(рисунок 4.24).

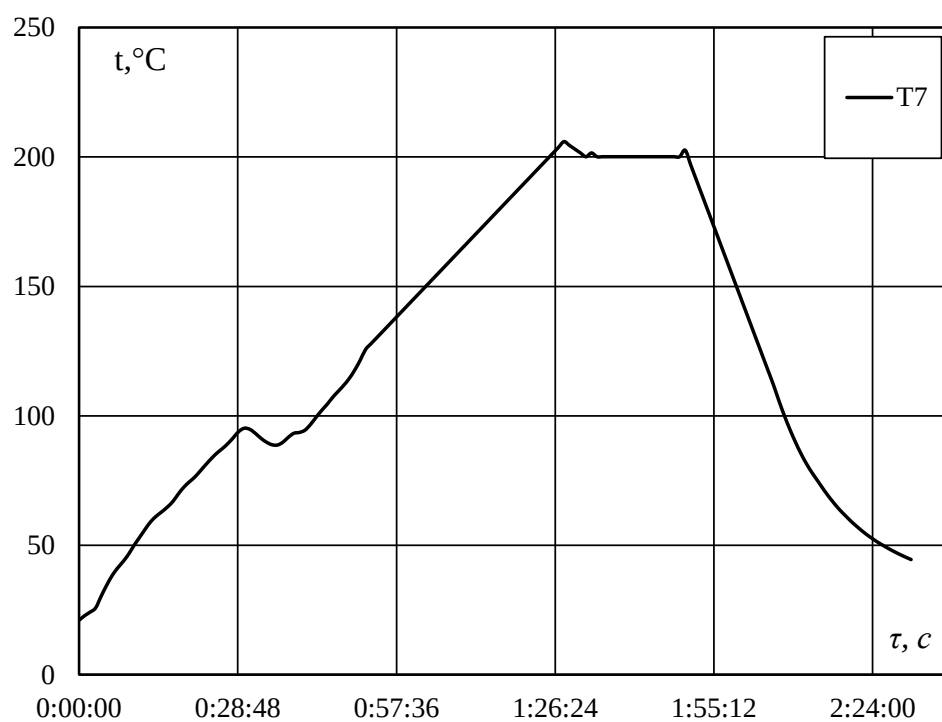
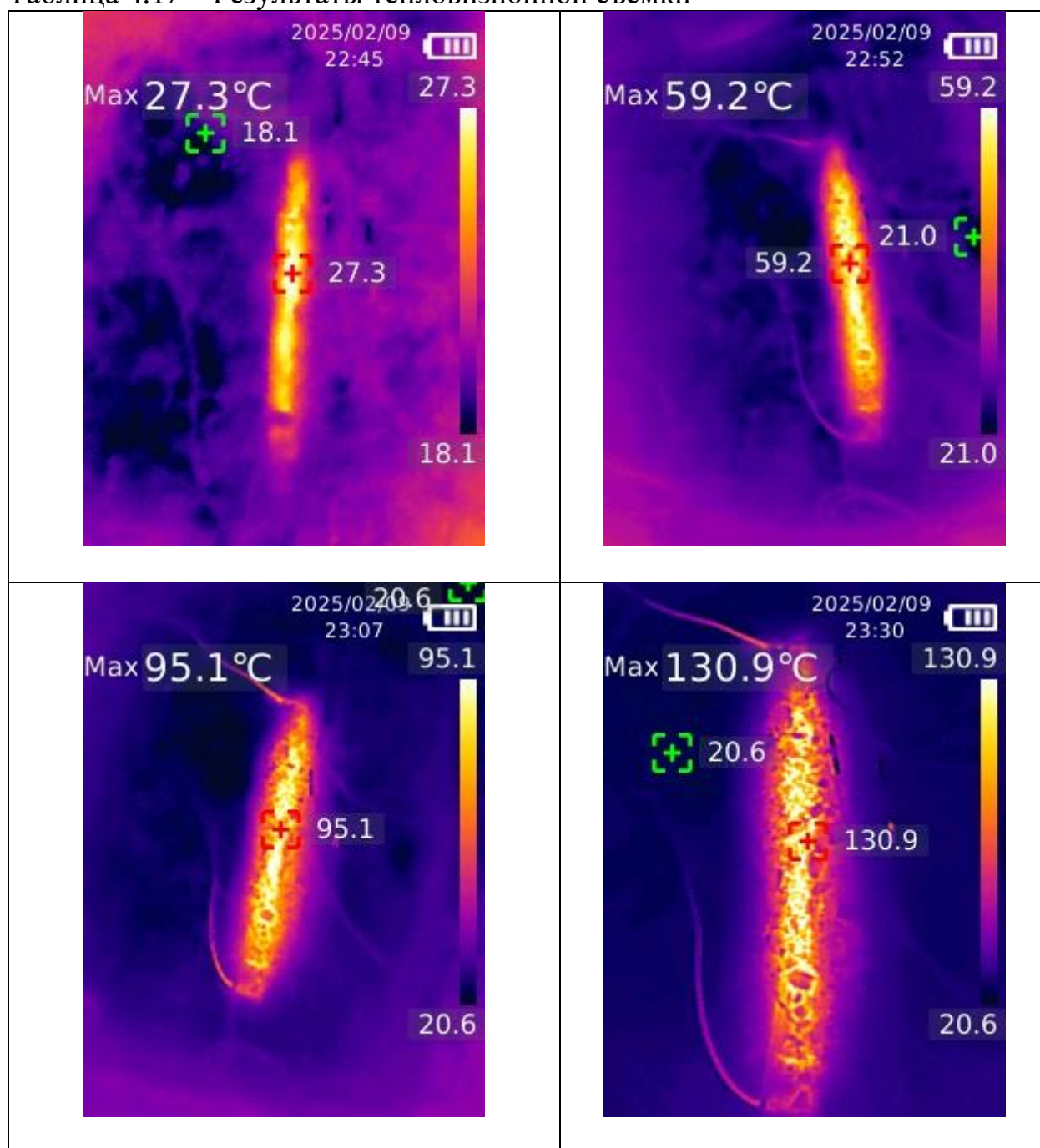
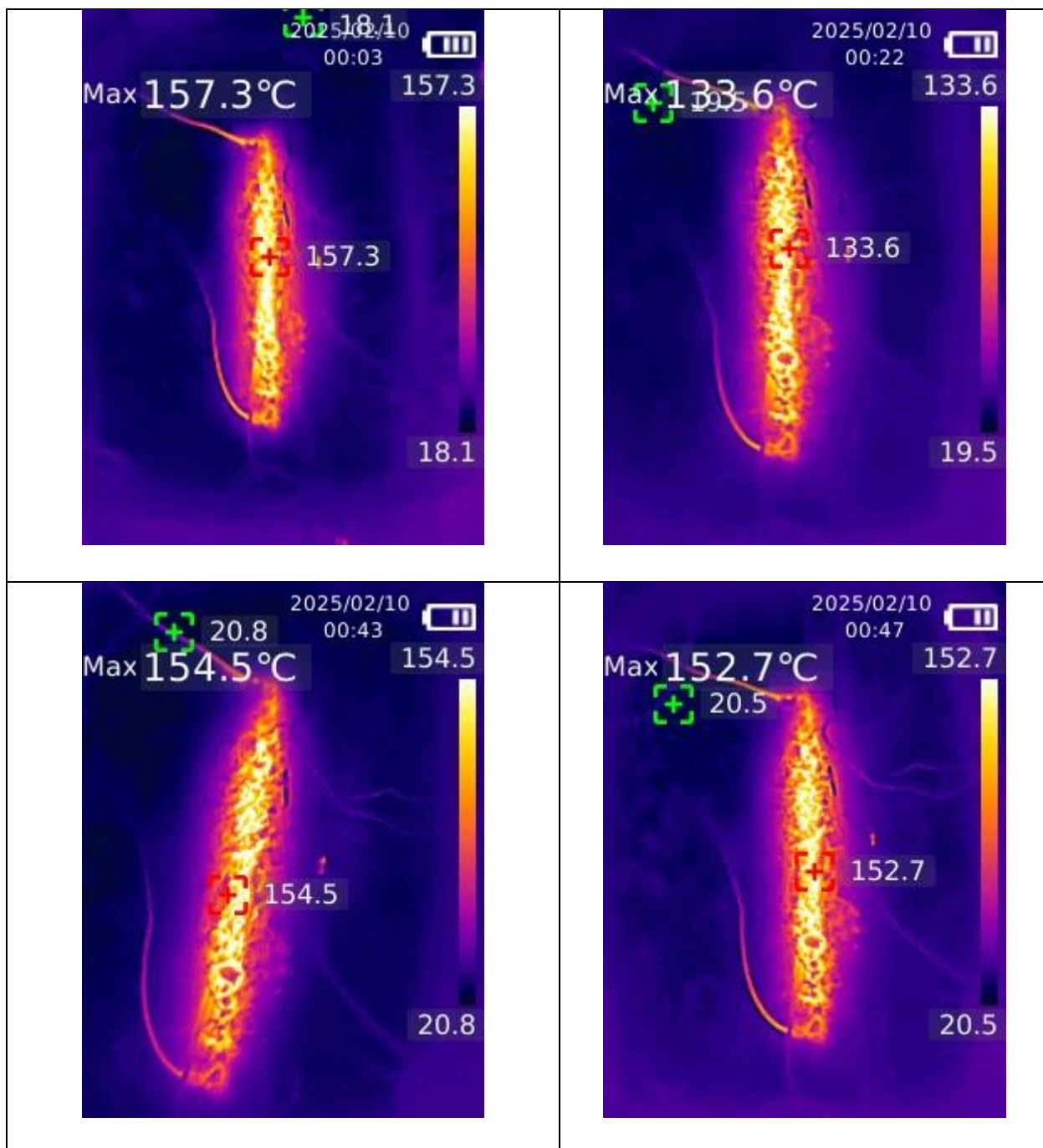


Рисунок 4.24 – Температура резистора T7

Результаты тепловизионной съемки приведены в таблице 4.17.

Таблица 4.17 – Результаты тепловизионной съемки





Площадь нагрева поверхности земли приведена на рисунке 4.25.

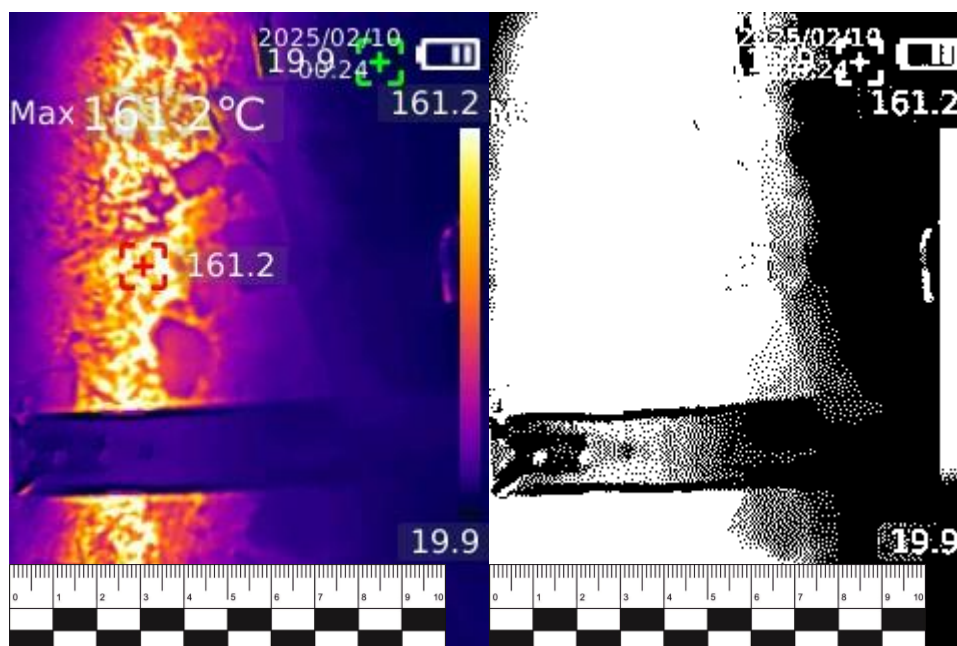


Рисунок 4.25 – Площадь нагрева поверхности земли

Далее, в главе 4.3.2, разберем эксперимент с влажной почвой.

4.3.2 Проведение эксперимента с влажной почвой

Результаты замеров параметров почвы приведены в таблице 4.18. Предварительно почва была увлажнена дистиллированной водой с РН7. Объем залитой воды составил 4 л.

Таблица 4.18 – Замеренные данные грунта в контрольной точке

Время, мин	Верхний уровень			Средний уровень			Нижний уровень		
	РН	Влажность, %	Температура	РН	Влажность, %	Температура	РН	Влажность, %	Температура
0	7,9	42	25	7,5	25	25	7,1	51	24
30	7,9	52	25	7,5	25	24	7,1	47	24
90	7,9	52	25	7,5	25	24	7,1	47	24

Параметры помещения приведены в таблице 4.19.

Таблица 4.19 – Параметры помещения

Время, мин	Параметры помещения	
	Влажность, %	Температура воздуха в помещении, °С
0	40	26,2
20	40	26,2
40	39	26,2
60	37	26,0
80	37	25,9
100	36	25,8

Для сравнения с экспериментальными данными возьмем точки 3, 4, 11, 12, аналогично главе 4.3.1. Параметры сетки расчётной зоны и параметры расчета остались без изменений и соответствуют таблице 4.14 и 4.15. В связи с увлажнением почвы параметры грунта претерпели изменения.

Параметры грунта приведены в таблице 4.20.

Таблица 4.20 – Параметры грунта

№	Наименование параметра	Значение
1	Плотность грунта, кг/м ³	1280
2	Теплоемкость грунта, Дж / (кг*°C)	2921
3	Теплопроводность, Вт / (м*°C)	0,13
4	Коэффициент теплоотдачи, Вт / (м ² *°C)	10

Теплопроводность грунта была определена экспериментально в лаборатории Казанского государственного энергетического университета. Расчет значения температуры для М3 и М4 на поверхности грунта выполнен согласно главе 2.2, исходя из параметров грунта и температуры ТЭНа. Аналогичный расчет для М3 и М4 можно выполнить в программе для ЭВМ представленной в приложении 1.

Результаты практического и расчетного эксперимента с применением увлажненной почвы приведены в таблице 4.21.

Таблица 4.21 – Результаты практического и расчетного эксперимента с применением увлажненной почвы.

Время, мин	Температура грунта в расчетных и измеряемых точках, °C									
	Р3	Р4	Р11	Р12	П3	П4	П11	П12	М3	М4
0:00:00	21	21	21	21	21,31	21,31	21,25	21,19	24,82	21,80
0:01:00	21	21	21	21	21,31	21,31	21,25	21,25	25,10	22,05
0:05:00	20,784	20,771	20,784	20,771	22,56	21,37	22,06	21,31	25,41	22,34
0:10:00	22,598	20,653	21,245	20,653	24,44	21,44	23,69	21,37	25,51	22,43
0:15:00	22,598	20,653	21,245	20,653	25,69	21,56	25	21,44	25,58	22,49
0:20:00	24,424	20,62	21,788	20,995	26,69	21,62	26,12	21,56	26,73	22,62
0:25:00	26,304	20,6	22,629	20,992	27,87	21,81	27,37	21,69	26,55	22,64
0:30:00	28,07	20,699	23,677	20,6	28,31	21,87	28,19	21,81	27,78	22,67
0:35:00	29,672	20,627	24,847	21,015	28,62	21,94	28,75	21,94	28,73	22,62
0:40:00	31,107	20,678	26,074	21,074	29	22,12	29,19	22,06	29,84	22,72
0:45:00	32,387	20,755	27,316	21,118	29,75	22,31	29,94	22,25	30,21	22,78
0:50:00	33,53	20,854	28,542	21,208	30,25	22,31	30,62	22,37	30,91	23,06
0:55:00	34,555	20,973	29,727	21,324	31,94	22,44	31,94	22,5	31,41	23,24
1:00:00	35,477	21,107	30,891	21,465	33,38	22,69	33,31	22,62	33,37	23,21

Время, мин	Температура грунта в расчетных и измеряемых точках, °C									
	P3	P4	P11	P12	ПЗ	П4	П11	П12	M3	M4
П – точка практического эксперимента										
Р – точка расчётного эксперимента (в ПО Ansys Fluent)										
М – точка расчётного эксперимента (согласно главе 2.2)										

Результаты сравнения параметров представлены графиках 4.26-4.29.

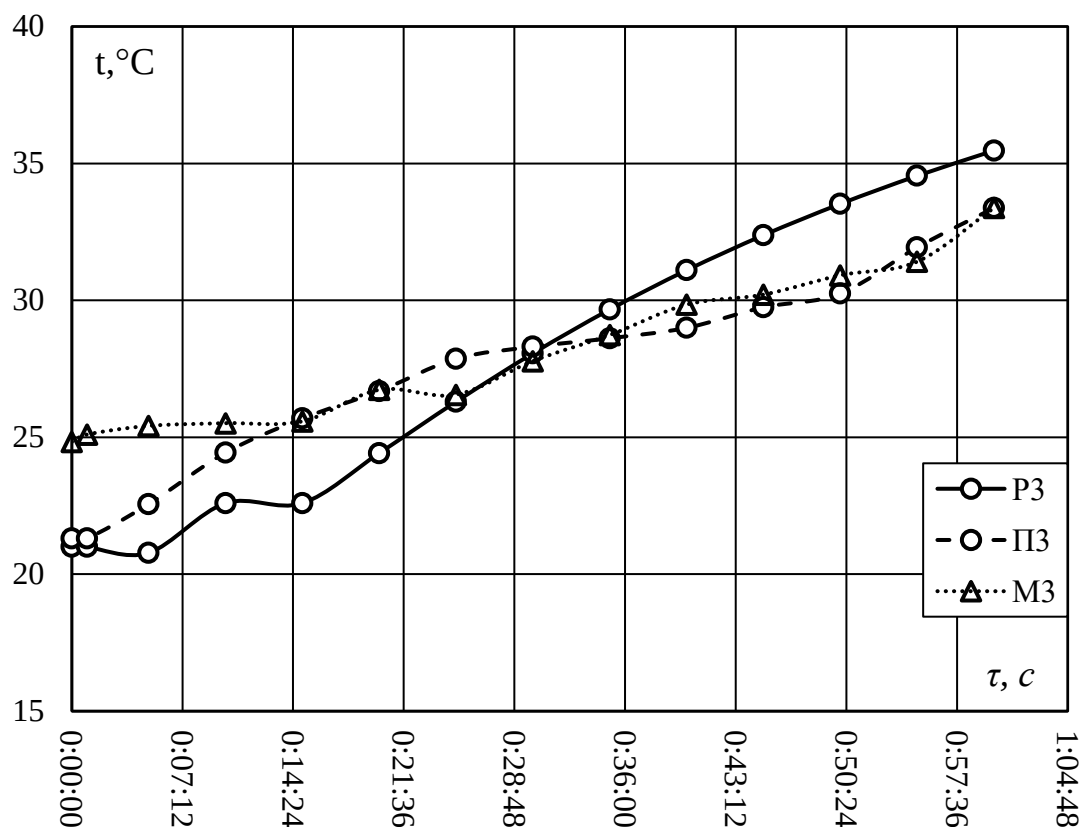


Рисунок 4.26 – Температура грунта в точках P3, ПЗ, М3

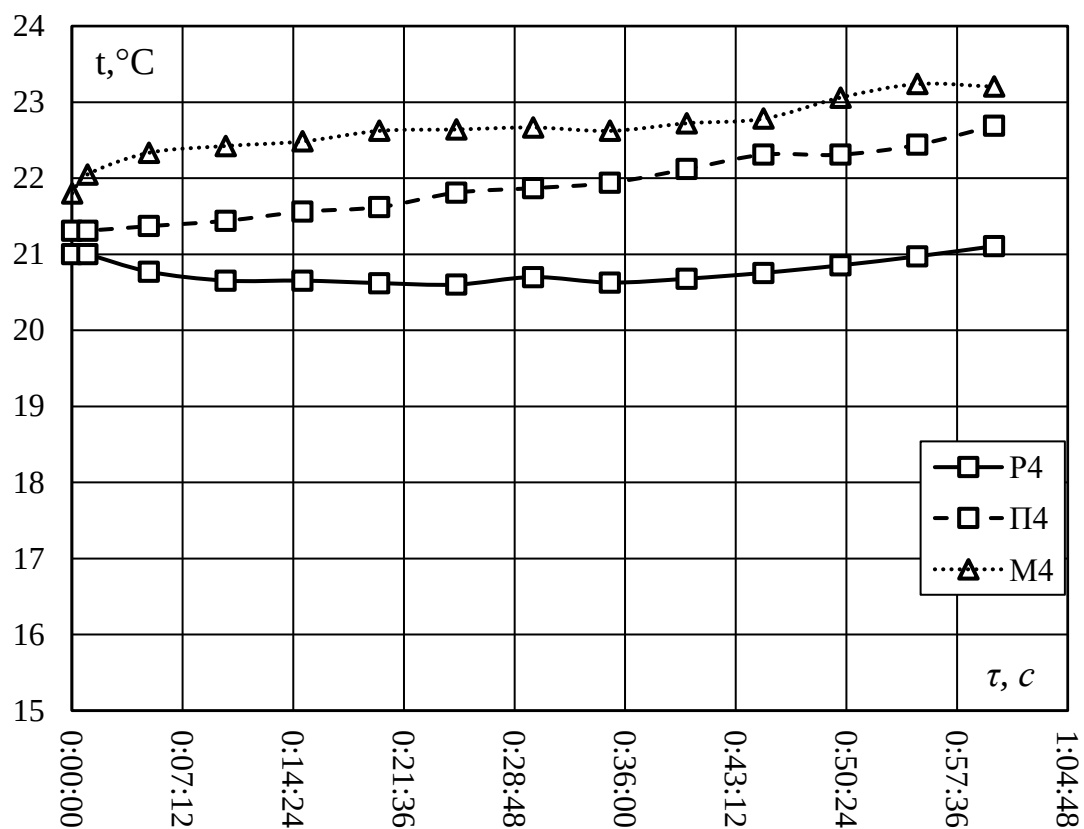


Рисунок 4.27 – Температура грунта в точках Р4, П4, М4

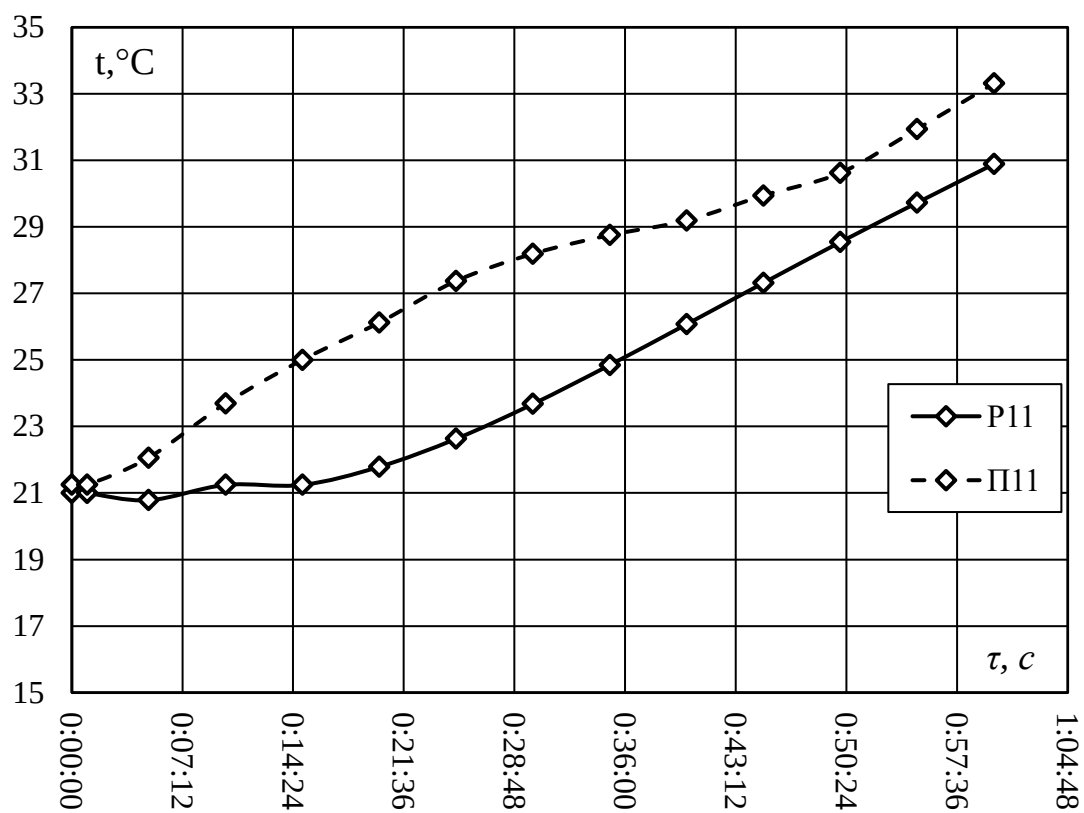


Рисунок 4.28 – Температура грунта в точках Р11, П11

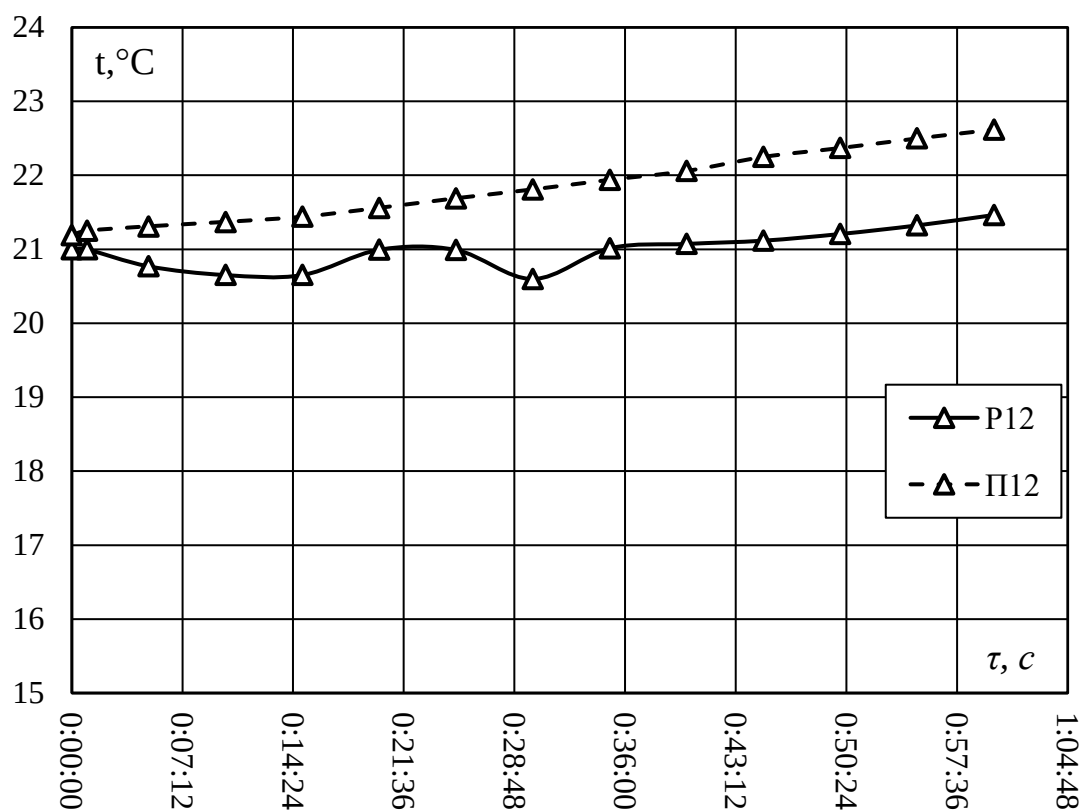


Рисунок 4.29 – Температура грунта в точках P12, П12

Общий график с расчётными и практическими данными приведен на рисунке 4.30.

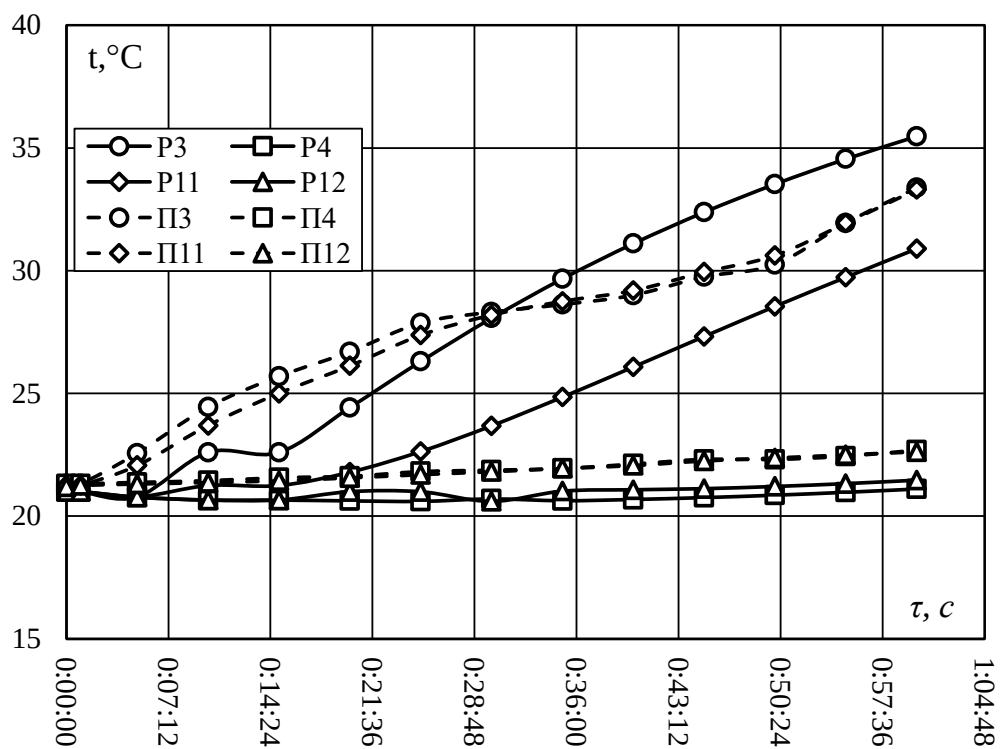


Рисунок 4.30 – Общий график с расчётными и практическими данными

Общие результаты замера температуры в комнате указаны на рисунке 4.31 (датчик T8).

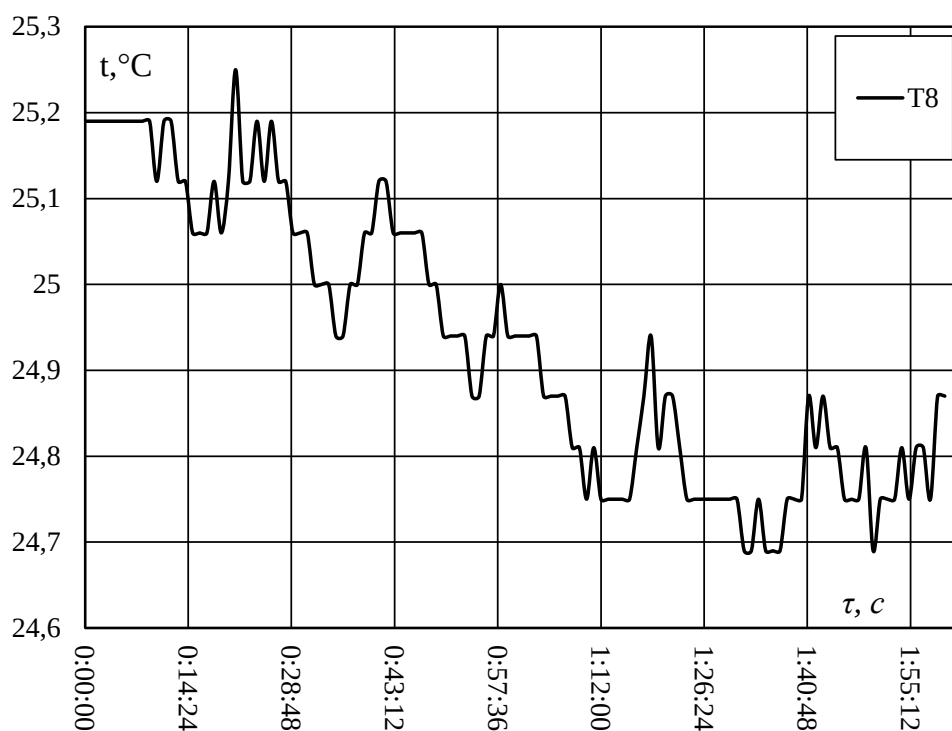


Рисунок 4.31 – Общие результаты замера температуры в комнате
Температура верхнего уровня грунта. Точки T1-T6 (рисунок 4.32).

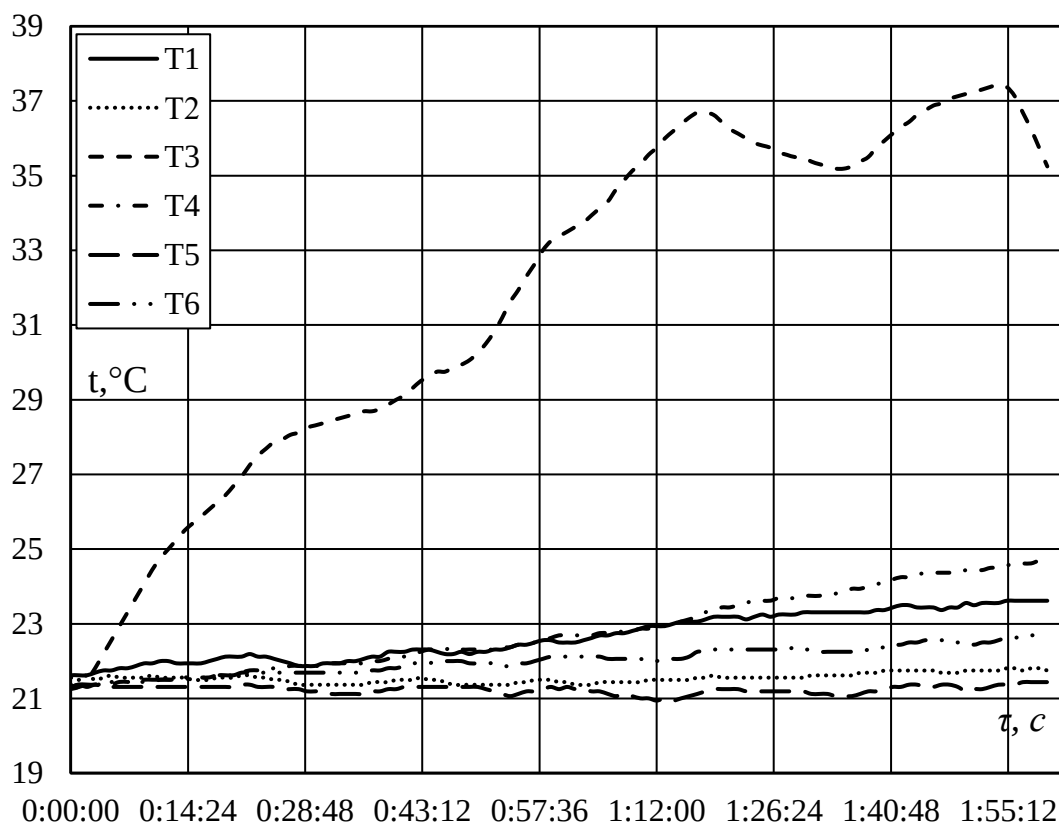


Рисунок 4.32 – Температура верхнего уровня грунта. Точки Т1-Т6

Температура среднего уровня грунта. Точки Т9-Т14. Глубина 2 см
(рисунок Рисунок 4.33).

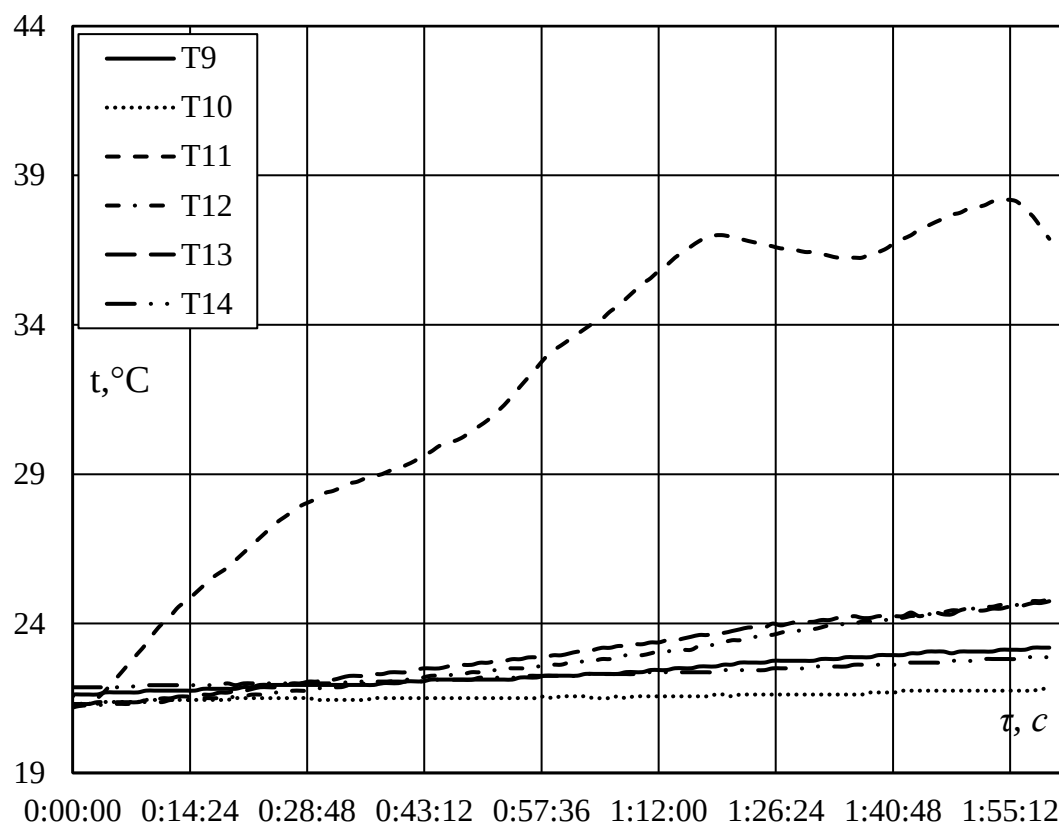


Рисунок 4.33 – Температура среднего уровня грунта. Точки Т9-Т14. Глубина 2 см.

Температура нижнего уровня грунта. Точки T15-T20. Глубина 4 см (рисунок 4.34).

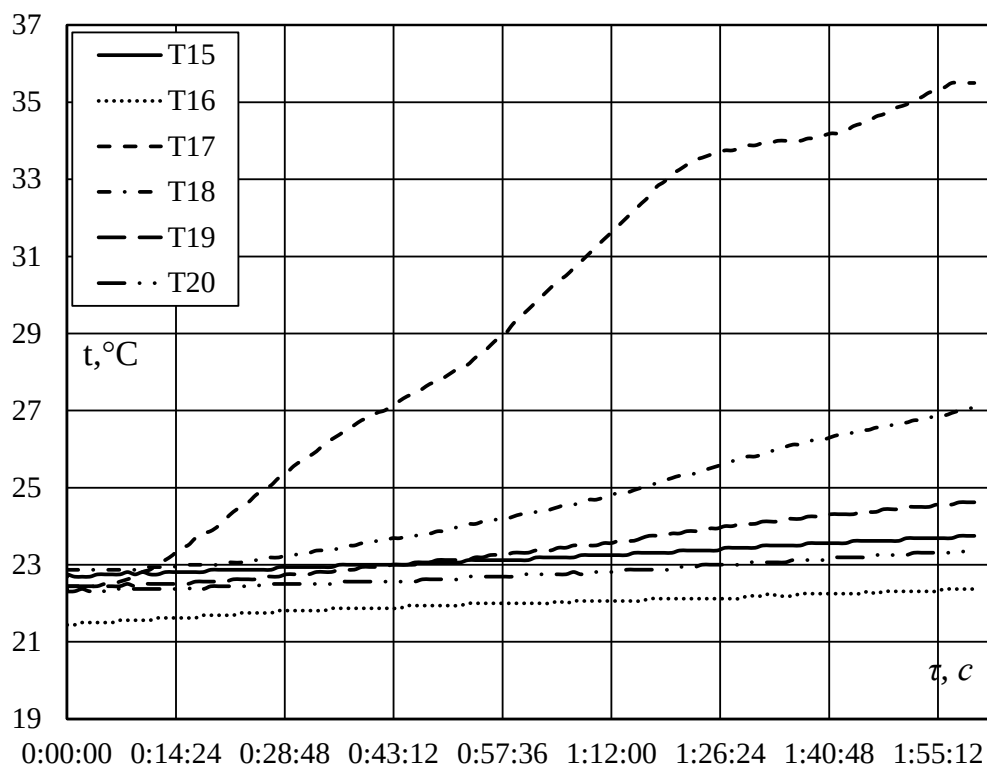


Рисунок 4.34 – Температура нижнего уровня грунта. Точки T15-T20. Глубина 4 см.

Температура резистора T7. Максимальная температура 200 °C (рисунок 4.35).

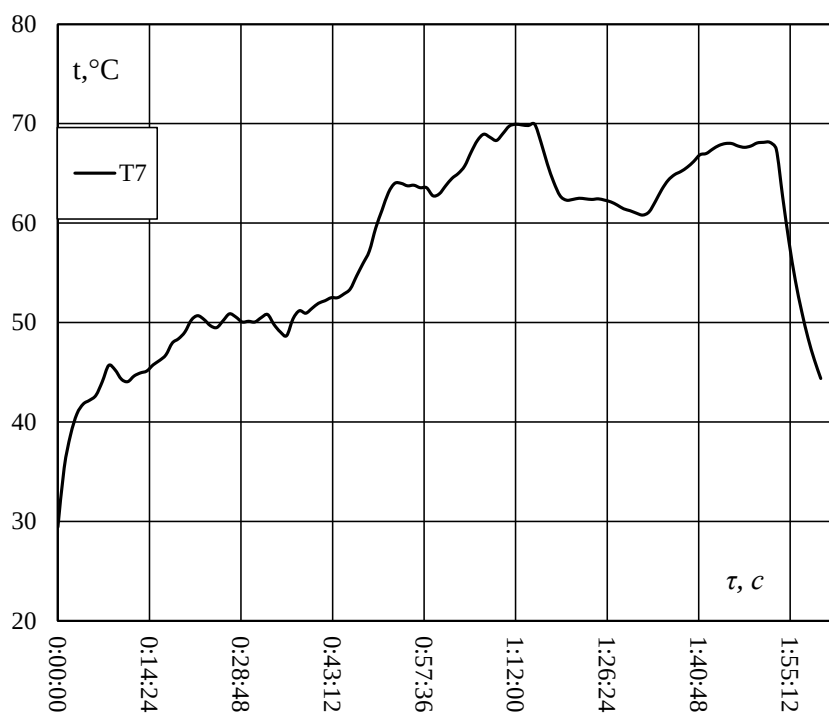
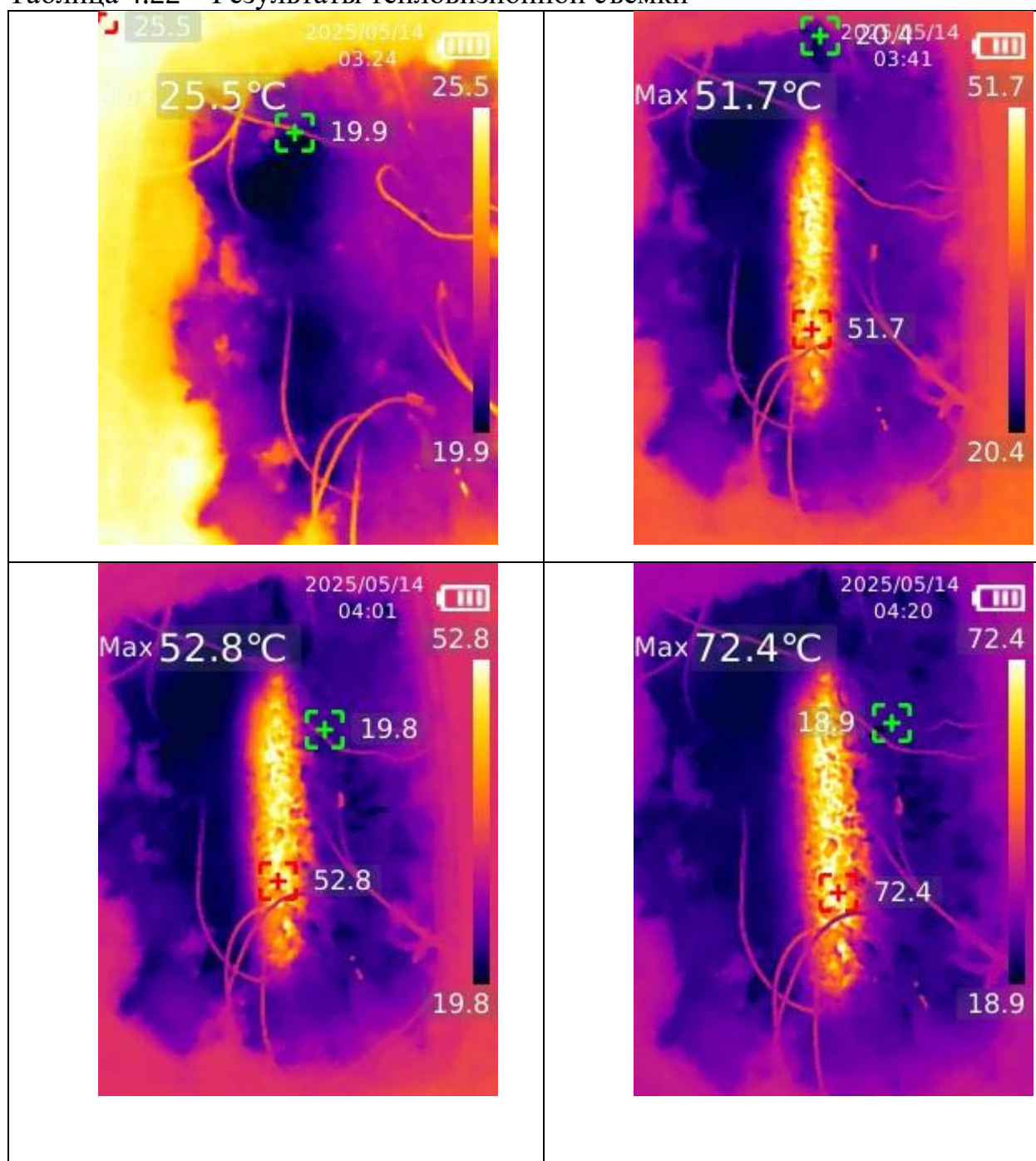
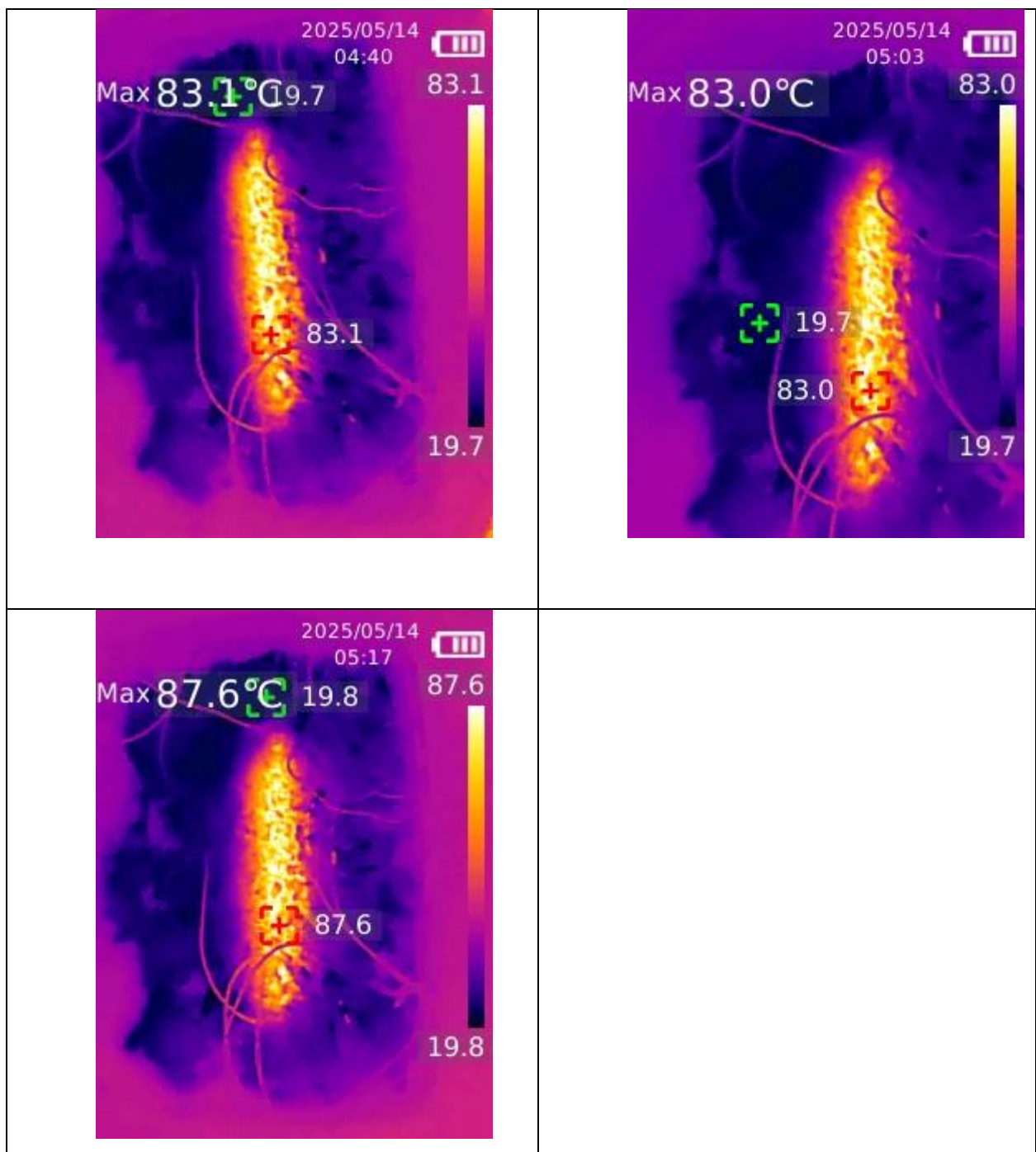


Рисунок 4.35 – Температура резистора T7

Результаты тепловизионной съемки приведены в таблице 4.22.

Таблица 4.22 – Результаты тепловизионной съемки





Площадь нагрева поверхности земли приведена на рисунке 4.36.

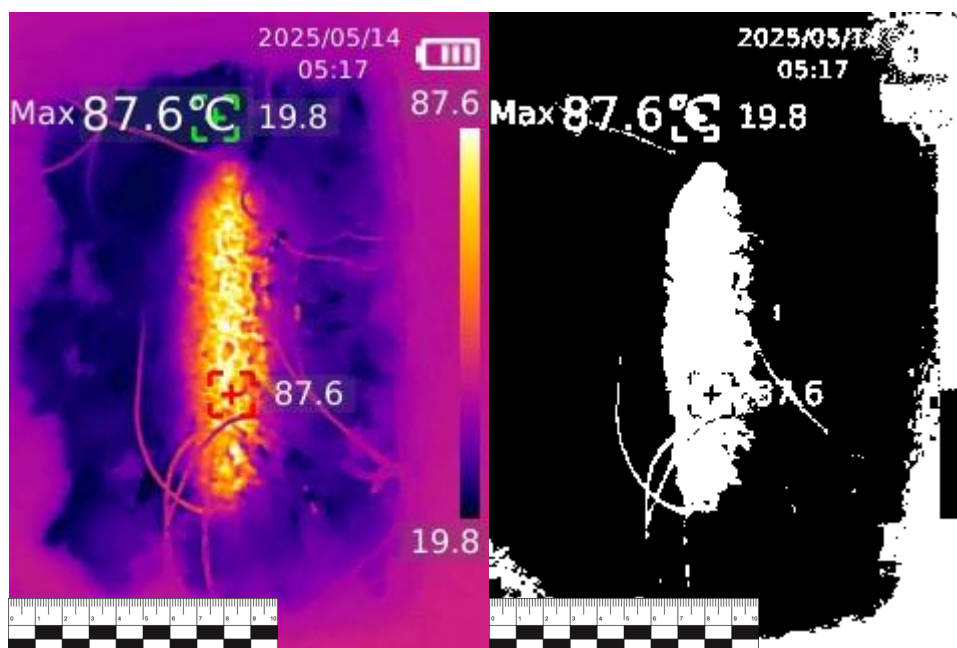


Рисунок 4.36 – Площадь нагрева поверхности земли

4.4 Вывод по результатам проведения эксперимента

По результатам проведения эксперимента можно сделать вывод о том, что построенная математическая зависимость теплораспределения от трубы в грунте соответствует физическому теплораспределению в реальных условиях. Графики температур практического эксперимента сопоставимы с графиками температур математического расчёта.

Глава 5. Инженерные изыскания по отоплению теплицы

5.1 Концепция обогрева почвы подземным трубопроводом

Рассмотрим концептуальную систему обогрева теплицы с помощью подземного трубопровода. Подземный трубопровод представляет собой систему труб, проложенных под поверхностью почвы, по которым подается теплоноситель. Тепло от теплоносителя передается окружающей почве, равномерно прогревая её. Это позволяет поддерживать стабильную температуру почвы; ускорять рост растений за счет прогрева корневой системы; предотвращать промерзание грунта в холодное время года. Подземный источник тепла обеспечивает равномерный прогрев всей площади почвы, минимизирует потери тепла, долговечен и универсален. Для нагрева теплоносителя могут быть использованы как возобновляемые источники энергии [14], так и отдельные нагревательные установки наподобие газовых или pelletных котлов, возможен также нагрев теплоносителя и от систем утилизации низкопотенциального тепла: котельных, ТЭЦ или АЭС. В первом приближении будем считать, что труба прогрета равномерно и распределения тепла в грунте идет однородно, утечки теплоносителя отсутствуют, теплообмен через стенки трубы описывается как одномерный процесс.

Далее выполним расчеты теплораспределения в грунте для тепличного хозяйства.

5.2 Расчет теплораспределения в грунте для тепличного хозяйства

5.2.1 Инженерная методика расчета теплораспределения для одиночной трубы проложенной в грунте

Выполним расчет теплораспределения в грунте для тепличного хозяйства. Первоначально проведем расчет для одиночной трубы в грунте для определения расчетной величины прогрева. Методика выполнения расчета приведена в главе 2.2. Исходные данные для расчета приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Исходные данные для расчета теплораспределения в грунте

№	Наименование параметра	Значение
1.	Тип грунта	Чернозем
2.	Глубина закапывания (до центра трубы) b^* , м	0,035
3.	Коэф. Теплопроводности λ , Вт/(м*К)	0,05
4.	Коэффициент теплопередачи α , Вт/(м ² *К)	10
5.	Температура воздуха t_f , °С	25
6.	Тип трубы	ВГП
7.	Условный диаметр (Ду)	50
8.	Внутренний диаметр трубы, мм	53
9.	Внешний диаметр трубы, мм	60
10.	Толщина стенки, мм	3,5
11.	Температура трубы t_w , °С	120

В исходной постановке задачи расчета заданы следующие параметры: внешний радиус трубы R , глубина заложения трубы b^* , температура её поверхности t_w , коэффициент теплопроводности грунта λ . На поверхности грунта – коэффициент теплоотдачи α при температуре воздуха t_f . Требуется определить общий тепловой поток Q , распределение плотности теплового потока q_0 и температуры t_0 на поверхности грунта. Для удобства использования повторно приведем расчетную схему отвод теплоты от цилиндрической трубы на рисунке 5.1 (аналогично рисунку 2.6).

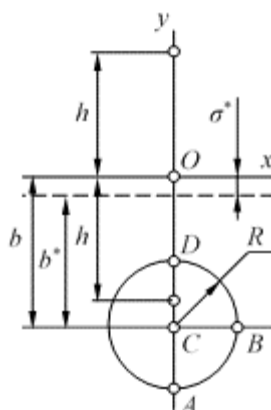


Рисунок 5.1 – Расчетная схема отвод теплоты от цилиндрической трубы

Определим температурный напор:

$$\vartheta_w = t_w - t_f = 120 - 25 = 95 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$b = b^* + \sigma^* = b^* + \frac{\lambda}{\alpha} = 0,035 + \frac{0,05}{10} = 0,040, \text{ мм}$$

Значение теплового контура по формуле 2.30:

$$p_0 = \frac{b}{R} + \sqrt{\left(\frac{b}{R}\right)^2 - 1} = \frac{0,040}{0,03} + \sqrt{\left(\frac{0,040}{0,03}\right)^2 - 1} = 2,2152.$$

Тепловой поток Q – по формуле 2.31:

$$Q = \frac{2\pi\lambda}{\ln p_0} g_w = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,05}{\ln(2,2152)} \cdot 95 = 37,504 \text{ Вт/м.}$$

Найдем параметр h по 2.29:

$$h = \sqrt{b^2 - R^2} = \sqrt{0,04^2 - 0,03^2} = 0,0265 \text{ мм.}$$

После нахождения теплового потока, определим распределение $q_0(x)$ по формуле 2.34, а также $t_0(x)$ по 2.36.

$$q_0(x) = \frac{Q}{\pi} \frac{h}{x^2 + h^2},$$

$$t_0(x) = t_f + q_0(x)/\alpha.$$

« x » обозначено расстояние по оси « X », в котором проводится точка расчета.

Для удобства расчета и представления информации приведем результаты расчета в таблице

Таблица 5.2 – Результаты расчета теплораспределения в грунте для одиночной трубы

№	Расстояние по оси X, м	$q_0(x)$, Вт/м	$t_0(x)$, °C
1.	0	450,724312	70,0724312
2.	0,1	29,57519663	27,95751966
3.	0,2	7,776502481	25,77765025
4.	0,3	3,489672506	25,34896725
5.	0,4	1,969612424	25,19696124
6.	0,5	1,262538123	25,12625381
7.	0,6	0,87751365	25,08775137
8.	0,7	0,645037083	25,06450371
9.	0,8	0,49402222	25,04940222

Графически представим распределение температуры и теплового потока на графиках 5.2 и 5.3.

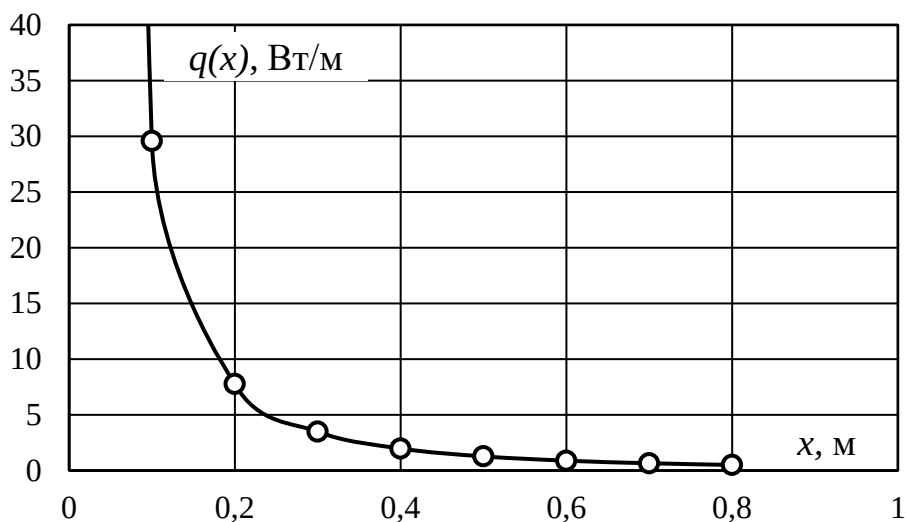


Рисунок 5.2 – Результаты расчета $q_0(x)$

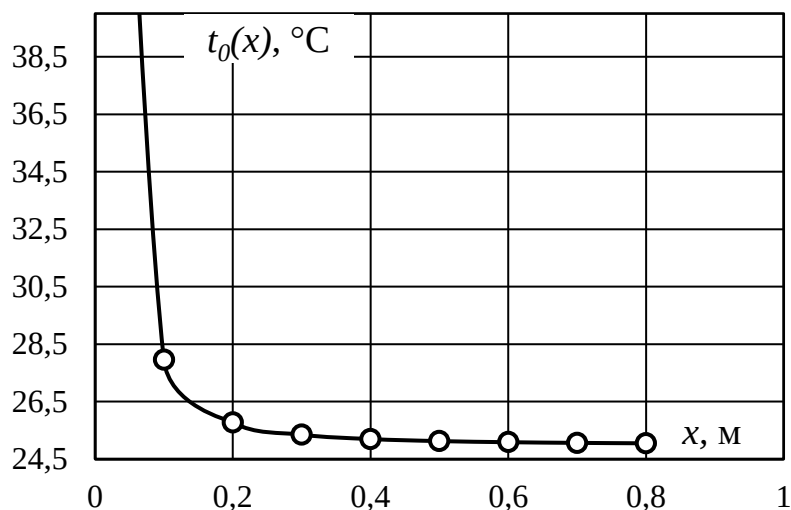


Рисунок 5.3 – Результаты расчета $t_0(x)$

Исходя из полученных результатов расчета примем обогреваемое трубой расстояние в 600 мм. Максимальное расстояние между трубами – 1600 мм.

5.2.2 Инженерная методика расчета теплораспределения для ряда труб проложенных в грунте

Проверим наше предположение, выполнив расчет теплораспределения для ряда труб в грунте согласно материалам главы 2.3. Исходные данные возьмем из таблицы 5.1. Согласно материалам главы 5.2.1, мы уже нашли вспомогательные параметры $\sigma^* = \lambda / \alpha$, $b = b^* + \sigma^*$, $\vartheta_w = t_w - t_f$. Поэтому по (2.52) определим δ и $h = b - \delta$, при этом расстояние между трубами примем $l = 1600$ мм.

$$M = \operatorname{th} \frac{2\pi b}{l} \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}) / 2 = \operatorname{th} \frac{2\pi \cdot 0,035}{1,6} \cdot (1 + \operatorname{th}^2 \frac{\pi \cdot 0,03}{1,6}) / 2 = 0,1578,$$

$$\delta = \frac{l}{\pi} \operatorname{Arth}(M - \sqrt{M^2 - \operatorname{th}^2 \frac{\pi R}{l}}) = \frac{1,6}{3,14} \operatorname{Arth}(0,1384 - \sqrt{0,1384^2 - \operatorname{th}^2 \frac{\pi \cdot 0,03}{1,6}}) = 0,0266,$$

$$h = b - \delta = 0,035 - 0,0331 = 0,00134.$$

Далее определим тепловой поток Q по формуле 2.59

$$Q = \frac{2\pi\lambda\vartheta_w}{\ln \operatorname{sh} \frac{\pi(2b-R-\delta)}{l} - \ln \operatorname{sh} \frac{\pi(R-\delta)}{l}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,005 \cdot 95}{\ln \operatorname{sh} \frac{3,14 \cdot (2 \cdot 0,04 - 0,03 - 0,0266)}{1,6} - \ln \operatorname{sh} \frac{3,14 \cdot (0,03 - 0,0266)}{1,6}} = 15,5 \text{ Вт.}$$

По 2.63 и 2.64 найдем $q(x)$ и $t_0(x)$.

$$q_0(x) = \frac{Q}{l} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi h}{l} \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi h}{l}}{\sin^2 \frac{\pi x}{l} + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi h}{l}},$$

$$t_0(x) = t_f + \frac{q_0(x)}{\alpha},$$

« x » обозначено расстояние по оси « X », в котором проводится точка расчета.

Для удобства расчета и представления информации приведем результаты расчета в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Результаты расчета теплораспределения в грунте для ряда труб

№	Расстояние по оси X, м	$q_0(x)$, Вт/м	$t_0(x)$, °C
1.	-0,7	0,265304656	25,02653047
2.	-0,6	0,299031319	25,02990313
3.	-0,5	0,369186389	25,03691864
4.	-0,4	0,510338834	25,05103388
5.	-0,3	0,826075421	25,08260754
6.	-0,2	1,736876223	25,17368762
7.	-0,1	6,594696825	25,65946968
8.	0	367,9733587	61,79733587
9.	0,1	6,594696825	25,65946968
10.	0,2	1,736876223	25,17368762
11.	0,3	0,826075421	25,08260754
12.	0,4	0,510338834	25,05103388
13.	0,5	0,369186389	25,03691864
14.	0,6	0,299031319	25,02990313
15.	0,7	0,265304656	25,02653047
16.	0,8	0,255143449	25,02551434
17.	0,9	0,265136822	25,02651368
18.	1	0,29863758	25,02986376
19.	1,1	0,368402757	25,03684028
20.	1,2	0,508719365	25,05087194
21.	1,3	0,822159753	25,08221598
22.	1,4	1,723655408	25,17236554
23.	1,5	6,492151199	25,64921512
24.	1,6	366,6330498	61,66330498
25.	1,7	6,699709779	25,66997098
26.	1,8	1,75025836	25,17502584
27.	1,9	0,830023319	25,08300233
28.	2	0,511968642	25,05119686
29.	2,1	0,3699744	25,03699744
30.	2,2	0,299427357	25,02994274
31.	2,3	0,265473996	25,0265474
32.	2,4	0,255144743	25,02551447

Графически представим распределение температуры и теплового потока на графиках 5.4 и 5.5.

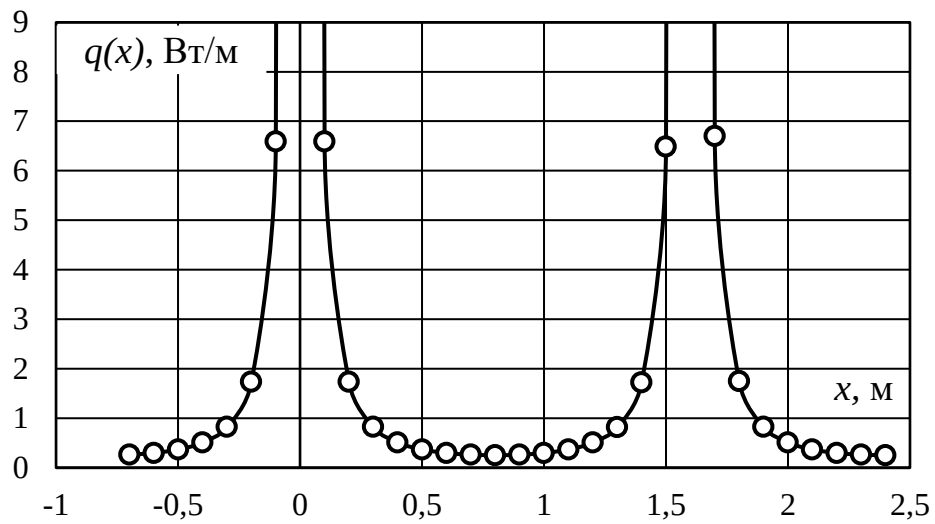


Рисунок 5.4 – Результаты расчета $q_0(x)$

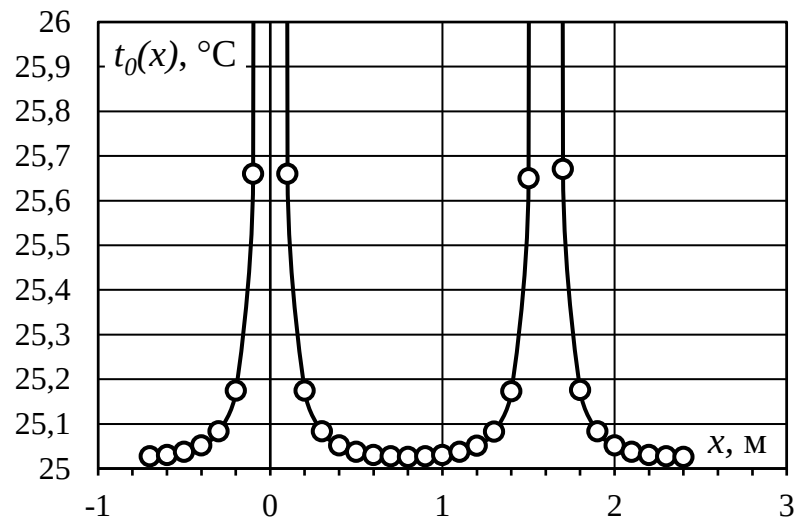


Рисунок 5.5 – Результаты расчета $t_0(x)$

По формуле 2.70) определим погрешность выполненных вычислений.

$$\Delta_{\alpha}|_{x=0} = \frac{\pi \cdot \sigma^*}{l} \cdot \frac{\operatorname{cth}\left(\frac{\pi \cdot (h + \sigma^*)}{l}\right) + \operatorname{cth}\left(\frac{\pi \cdot (h - \sigma^*)}{l}\right)}{\ln \operatorname{sh}\left(\frac{\pi \cdot (h + \sigma^*)}{l}\right) - \ln \operatorname{sh}\left(\frac{\pi \cdot (h - \sigma^*)}{l}\right)} - 1 =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 0,005}{1,6} \cdot \frac{\operatorname{cth}\left(\frac{3,14 \cdot (0,0134 + 0,005)}{1,6}\right) + \operatorname{cth}\left(\frac{3,14 \cdot (0,0134 - 0,005)}{1,6}\right)}{\ln \operatorname{sh}\left(\frac{3,14 \cdot (0,0134 + 0,005)}{1,6}\right) - \ln \operatorname{sh}\left(\frac{3,14 \cdot (0,0134 - 0,005)}{1,6}\right)} - 1 = 0,1052$$

$$\Delta_{\alpha}|_{x=0} = 10,52 \%$$

Погрешность составила 10,5 %, что является в данном расчете допустимым. На этом расчет по методике отраженной в главе 2.2 и 2.3 считается завершенным.

Для понимания теплораспределения дополнительно выведем зависимость теплового потока Q от расстояния между трубопроводами l . Результаты расчета приведены в таблице 5.4 и отражены на графике 5.6.

Таблица 5.4 – Результаты расчета теплораспределения в грунте для ряда труб

b	R	l	M	δ	h	λ	ϑ_w	Q
0,04	0,03	1,0	0,2546	0,0258	0,0142	0,05	95	16,9396
0,04	0,03	1,1	0,2309	0,0260	0,0140	0,05	95	16,5497
0,04	0,03	1,2	0,2113	0,0262	0,0138	0,05	95	16,2434
0,04	0,03	1,3	0,1948	0,0263	0,0137	0,05	95	15,9988
0,04	0,03	1,4	0,1807	0,0264	0,0136	0,05	95	15,8007
0,04	0,03	1,5	0,1685	0,0265	0,0135	0,05	95	15,6381
0,04	0,03	1,6	0,1579	0,0266	0,0134	0,05	95	15,5032
0,04	0,03	1,7	0,1485	0,0266	0,0134	0,05	95	15,3900
0,04	0,03	1,8	0,1402	0,0267	0,0133	0,05	95	15,2942
0,04	0,03	1,9	0,1327	0,0267	0,0133	0,05	95	15,2124
0,04	0,03	2,0	0,1260	0,0268	0,0132	0,05	95	15,1421
0,04	0,03	2,5	0,1007	0,0269	0,0131	0,05	95	14,9042
0,04	0,03	3,0	0,0839	0,0269	0,0131	0,05	95	14,7727
0,04	0,03	3,5	0,0719	0,0270	0,0130	0,05	95	14,6925
0,04	0,03	4,0	0,0629	0,0270	0,0130	0,05	95	14,6401
0,04	0,03	5,0	0,0503	0,0270	0,0130	0,05	95	14,5782
0,04	0,03	6,0	0,0419	0,0270	0,0130	0,05	95	14,5444
0,04	0,03	7,0	0,0359	0,0271	0,0129	0,05	95	14,5240
0,04	0,03	8,0	0,0314	0,0271	0,0129	0,05	95	14,5107
0,04	0,03	9,0	0,0279	0,0271	0,0129	0,05	95	14,5015
0,04	0,03	10,0	0,0251	0,0271	0,0129	0,05	95	14,4950
0,04	0,03	20,0	0,0126	0,0271	0,0129	0,05	95	14,4741
0,04	0,03	25,0	0,0100	0,0271	0,0129	0,05	95	14,4716

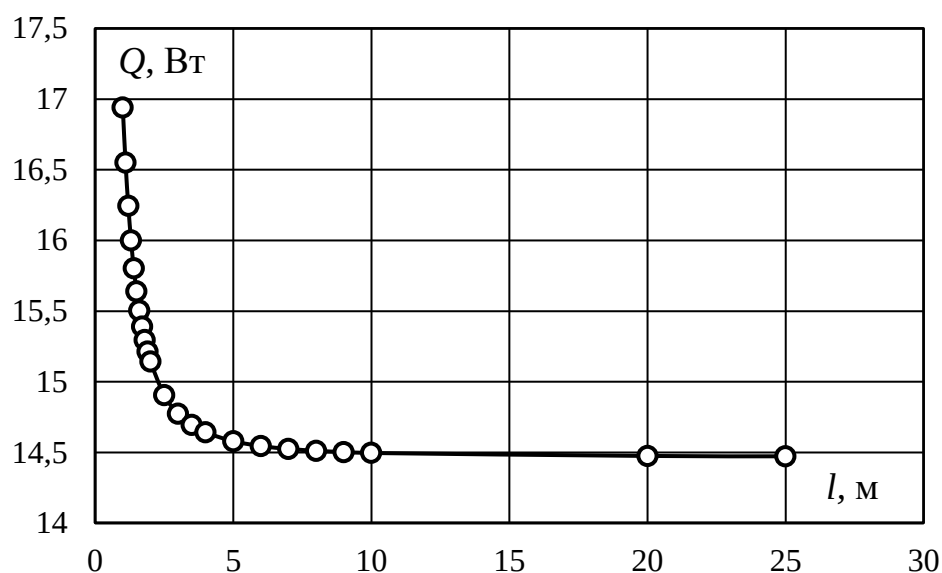


Рисунок 5.6 – График зависимости теплового потока Q от расстояния между трубами l

Зависимость теплового потока Δ от расстояния между трубопроводами l отражена в таблице 5.5 и на графике 5.7.

Таблица 5.5 – Результаты расчета погрешности Δ_α для ряда труб

№	Расстояние между трубопроводами l , м	Δ_α , %
1.	10	10,5299
2.	1,6	10,5276
3.	1,4	10,5269
4.	1,2	10,5258
5.	1	10,5240
6.	0,8	10,52071
7.	0,6	10,5135
8.	0,4	10,4929
9.	0,2	10,38306
10.	0,1	9,9587
11.	0,05	8,4787
12.	0,025	4,7987
13.	0,005	0,00214

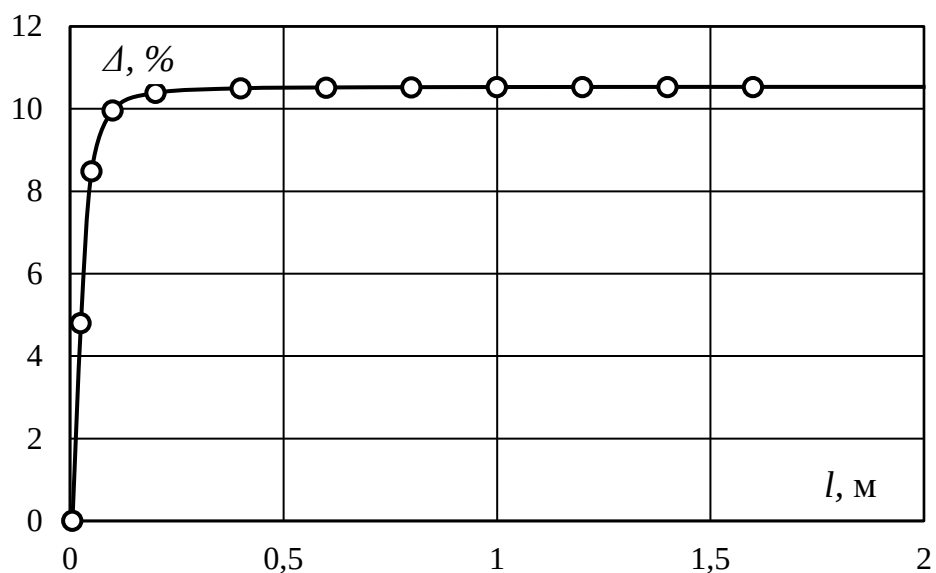


Рисунок 5.7 – График зависимости погрешности Δ от расстояния между трубами l

Зависимость погрешности вычислений Δ от коэффициента теплопроводности λ и коэффициента теплопередачи α грунта отражена на графиках

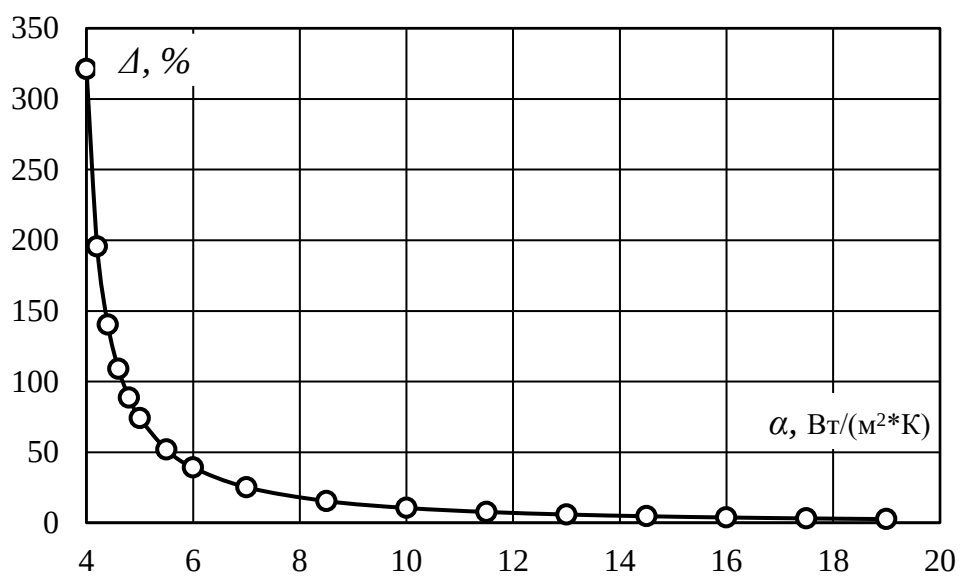


Рисунок 5.8 – График зависимости погрешности Δ от коэффициента теплопередачи α

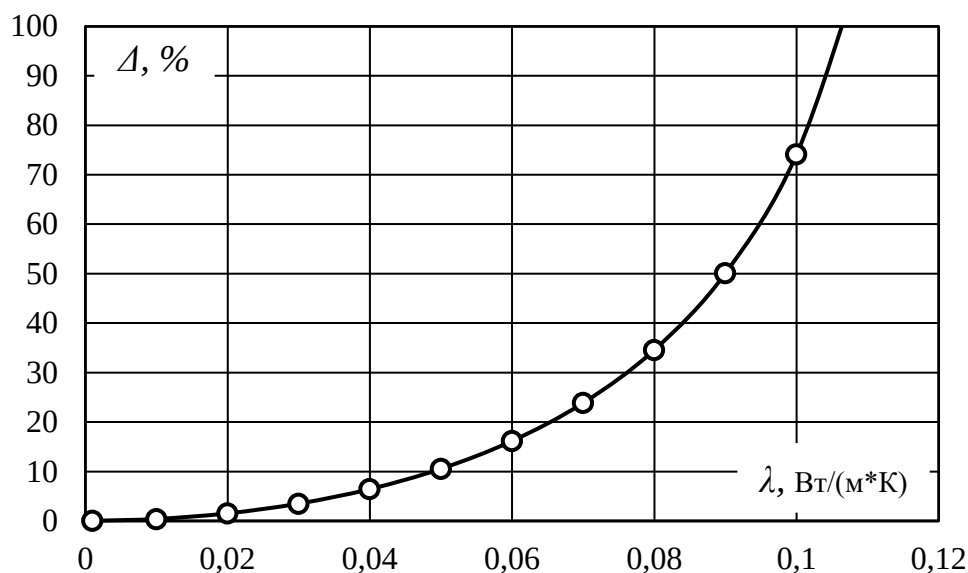


Рисунок 5.9 – График зависимости погрешности Δ от коэффициента теплопроводности λ

5.3 Модернизация типового решения для тепличного хозяйства согласно полученным результатам расчета

Для удобства модернизации текущих тепличных хозяйств и снижения затрат на перепроектирование будем использовать существующие типовые решения по размещению агрокультур в теплице.

Согласно типовому проекту 810-1-29.88 «Теплицы и соединительный коридор блока зимних теплиц пролетом 24 м площадью 3 Га» для теплиц пролетом 24 м и длиной 85 м технология высадки растений в грунт отображена на рисунках 5.10, 5.11 и 5.12. В применяемых теплицах обогрев грунта происходит с помощью проложенных труб на поверхности грунта. В отдельных случаях применяется прокладка в торфоплитах или непосредственно в питающем субстрате. Особенностью проекта 810-1-29.88 является то, что реализация данных методик позволяет гарантированно добиться получения в теплицах вне зависимости от региона и плодородности почвы.

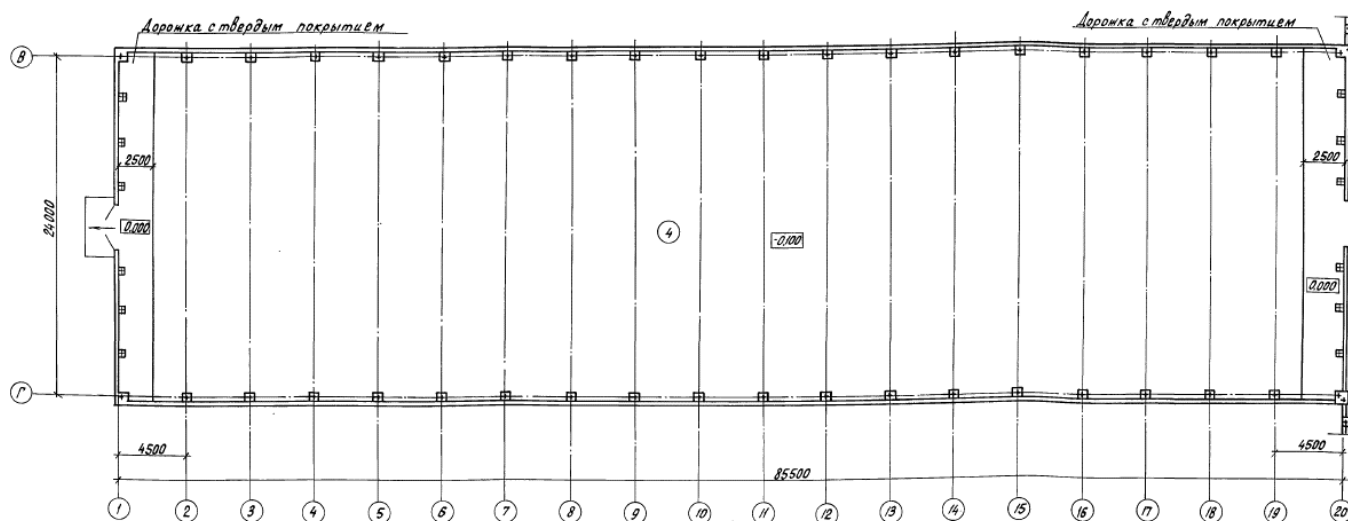


Рисунок 5.10 – Общий вид теплицы сверху

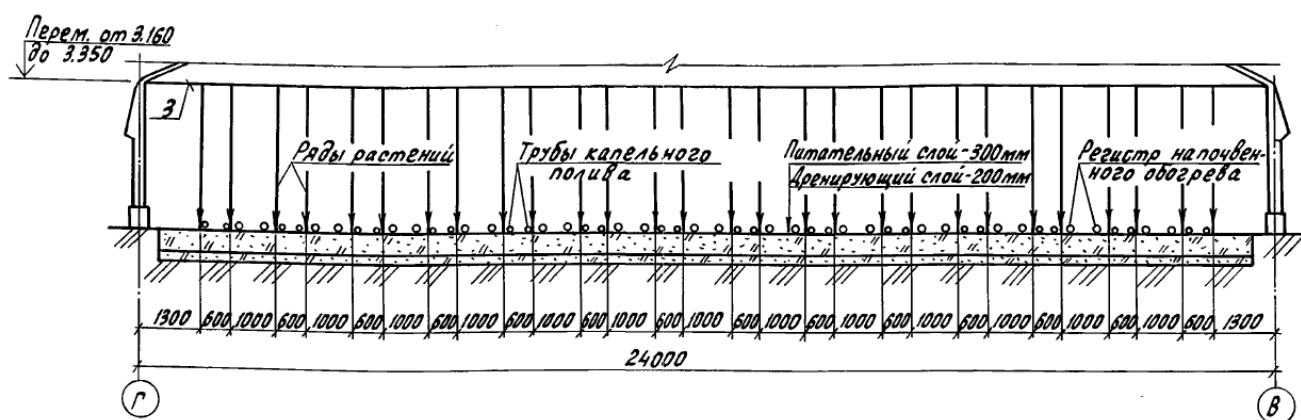


Рисунок 5.11 – Схема размещения рядов растений при высадке в грунт

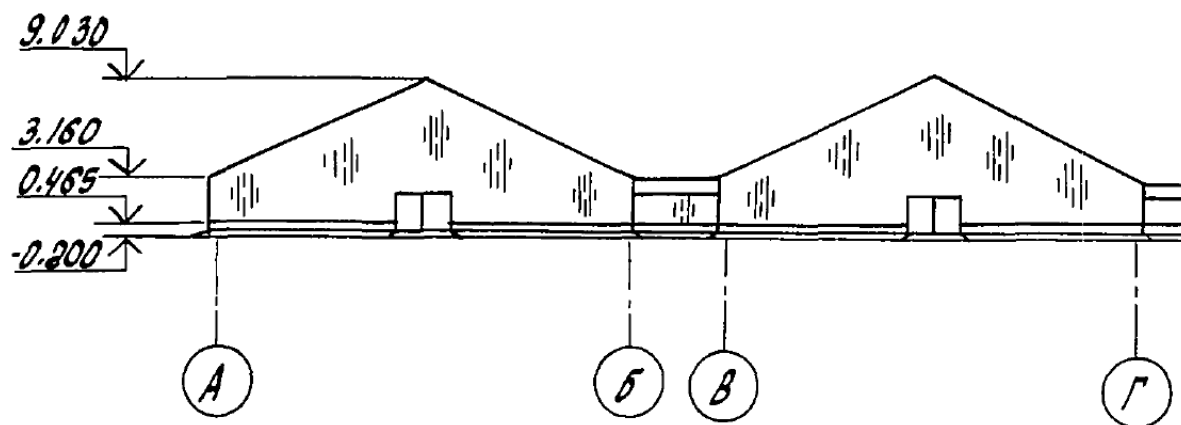


Рисунок 5.12 – Общий вид теплицы спереди

Дополнительно, в случае необходимости высадки в торфоплиты, применяется схема приведенная на рисунках 5.13 и 5.14.

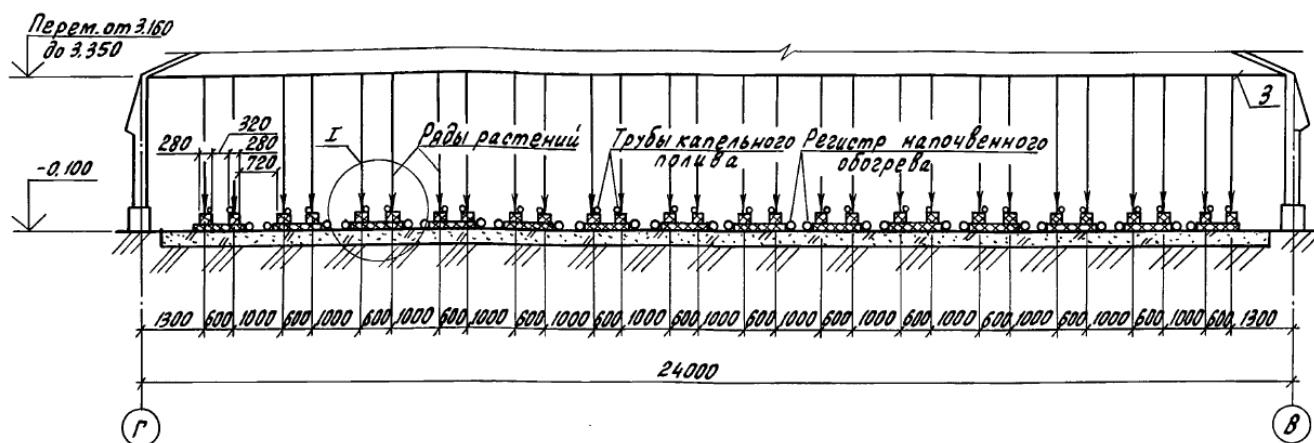


Рисунок 5.13 – Схема размещения рядов растений при высадке в торфоплиту

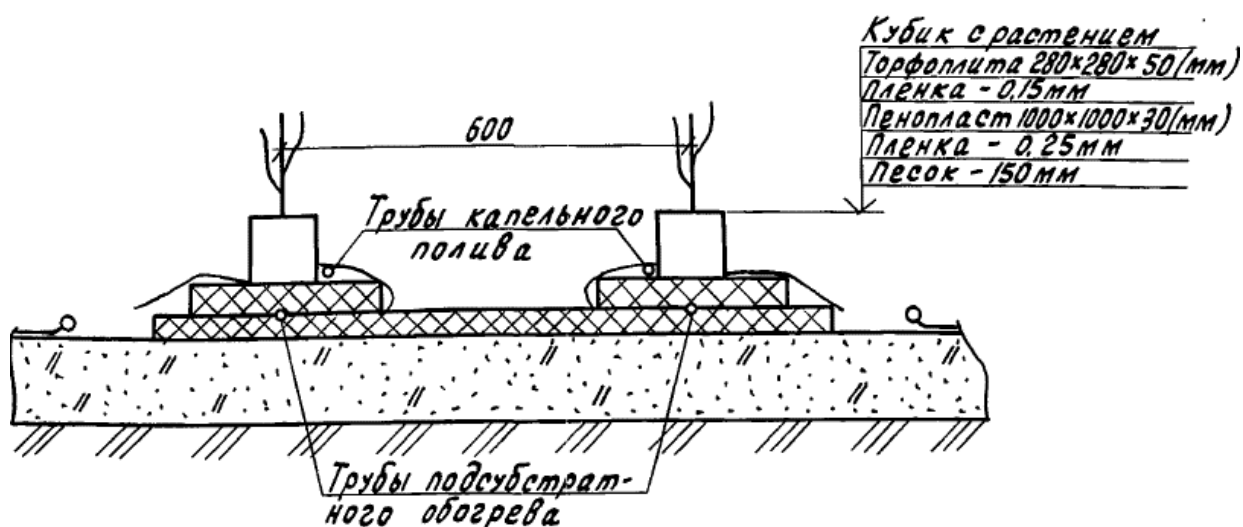


Рисунок 5.14 – Схема высадки растения в торфоплиту

При этом отметим, что расстояния между трубами для решений в высадке в грунт и для решения с высадкой в торфоплиту идентичны и равны 1000 мм в случае размещения на дороге для обслуживания и 600 мм – между рядами растений. Примененные типовые решения по расстояниям между рядами растений обусловлены не только обогревом, но и габаритами применяемой вспомогательной техники (вспашка, транспортировка рассады, опрыскивание, обработка паром), а также удобством работы специалистов аграрного сектора (прополка, сборка урожая, осмотр на наличие болезней, проверка параметров почв и др.). Поэтому при формировании решения следует придерживаться применяемых габаритов дорог для обслуживания и зон посадки агрокультуры.

Предлагаемое нами решение по прокладке подземного трубопровода отражено на рисунке 5.15.

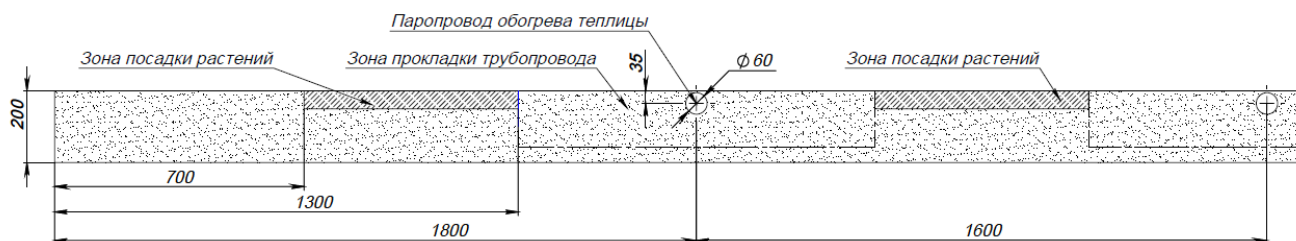


Рисунок 5.15 – Схема предлагаемого решения прокладки трубопроводов в рамках модернизации типового проекта 810-1-29.88

5.4 Оценка стоимости реализации проекта

Оценку стоимости применения приведем исходя из стоимости работ, оборудования и материалов на конец 2025 года. Так как изменения типового проекта касаются только технологии прокладки трубопроводов, расчеты стоимости работ будут выполнены только для данного вида работ. Расчет носит аналитический характер и выполнен для одной теплицы. Все цены и стоимости работ, аренды оборудования, спецтехники и найма рабочих взяты в условных ценах, НДС не учитывается в расчете.

Согласно предлагаемому нами решению работы по прокладке трубопроводов осуществляются после того, как будут выполнены:

- разравнивание песка дренажного слоя;
- укладка полиэтиленовая плёнки на выровненный слой песка,
- укладка на плёнку пенопласта.

Далее на подготовленную утепленную подушку укладываются трубопроводы подсустратного обогрева (обогрева почвы). После установки трубопроводов проводится отсыпка питательного слоя, методом последовательного надвигания грунта с разравниванием малогабаритным бульдозером.

Цена международных валют представлена в таблице 5.6 на 20 декабря 2025 года [115].

Таблица 5.6 – Стоимость международной валюты в рублях на 20 декабря 2025 года

№	Тип международной валюты	Стоимость в руб. за 1 шт
1.	Курс доллара США к рублю (USD, ЦБ РФ)	80,70
2.	Курс евро к рублю (EUR, ЦБ РФ)	94,50
3.	Курс юаня к рублю (CNY, ЦБ РФ)	11,45

Первоначально рассмотрим стоимость прокладки трубопроводов в рамках типового проекта 810-1-29.88. Сводная оценочная информация по стоимости работ для типового решения приведена в таблице 5.7

Таблица 5.7 – Стоимость работ для типового решения 810-1-29.88

№	Наименование и виды работ	Ед. изм	Кол-во	Цена за 1 ед. руб	Стоимость всего, руб
1.	Прокладка трубопроводов	м	2000	9	18000
2.	Сварочные работы	день	2	5000	10000
3.	Отсыпка грунта	м ²	2040	9,8	20000
4.	Выравнивание грунта	м ²	2040	9,8	20000
5.	Транспортные расходы	шт	2	5000	10000
Итого					78000

В качестве регистра напочвенного обогрева в проекте 810-1-29.88 используется труба стальная ВГП Ду 50х3,5 мм ГОСТ 3262-75. По проекту нам необходима прокладка 13-ти рядов по 2 трубы в каждом. Длина одного ряда трубы составляет 76,5 м, общая длина с учетом соединений составит 2000 м.

Сводная оценочная информация по стоимости материалов для типового решения приведена в таблице 5.8.

Таблица 5.8 – Стоимость материалов для типового решения 810-1-29.88

№	Наименование	Ед. изм	Кол-во	Цена за ед.	Стоимость всего, руб
1.	Труба стальная ВГП (водогазопроводная) Ду 50х3,5мм (Дн 60,0) ГОСТ 3262-75 [116]	м	2000	452	904 000
2.	Комплект поворотов, сгонов, переходников и соединений	компл	1	10000	10000
3.	Расходные материалы	компл	1	10000	10000
Итого					924000

В случае применения типового решения общая цена составит 1 002 000 руб.

При применении математического аппарата, представленного в главе 2, а также решений реализованных в главах 5.2 и 5.3, для обогрева теплицы необходима прокладка 13-ти рядов по 1-й трубе в каждом ряду. Длина одного ряда трубы

составляет 76,5 м, общая длина трубопроводов с учетом соединений составит 1000 м.

Сводная оценочная информация по стоимости работ для предлагаемого решения приведена в таблице 5.9.

Таблица 5.9 – Стоимость работ для типового решения 810-1-29.88 с учетом прокладке трубопроводов в грунте

№	Наименование и виды работ	Ед. изм	Кол-во	Цена за 1 ед. руб	Стоимость всего, руб
1.	Прокладка трубопроводов	м	1000	9	9000
2.	Сварочные работы	день	1	5000	5000
3.	Отсыпка грунта	м ²	2040	9,8	20000
4.	Выравнивание грунта	м ²	2040	9,8	20000
5.	Транспортные расходы	шт	2	5000	10000
Итого					64000

Сводная оценочная информация по стоимости материалов для предлагаемого решения приведена в таблице 5.10.

Таблица 5.10 – Стоимость материалов для типового решения 810-1-29.88 с учетом прокладке трубопроводов в грунте

№	Наименование	Ед. изм	Кол-во	Цена за ед.	Стоимость всего, руб
1.	Труба стальная ВГП (водогазопроводная) Ду 50х3,5мм (Дн 60,0) ГОСТ 3262-75 [117]	м	1000	452	452 000
2.	Комплект поворотов, сгонов, переходников и соединений	компл	1	10000	10000
3.	Расходные материалы	компл	1	10000	10000
Итого					462000

В случае применения предлагаемого решения общая цена составит 526 000 руб, что на 476 000 руб дешевле применяемого решения для типового проекта. Предлагаемое решение позволит экономить 476 000 руб на каждой последующей теплице.

Заключение

Таким образом, подземный трубопровод для обогрева теплиц представляет собой трубу, по которой движется пар. Трубопровод окружен грунтом, который выступает в роли теплообменной среды. Изучение процессов, происходящих в системе при достижении стационарного состояния, является важным инструментом для понимания и прогнозирования поведения сложных тепловых и гидродинамических процессов.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Построено приближённо-аналитическое решение задачи стационарного теплоотвода от сферического тела, расположенного в полупространстве грунта, с учётом конвективного теплообмена на поверхности грунта;
2. Разработана приближённо-аналитическая модель теплоотвода от одиночной горизонтальной цилиндрической трубы, заложенной в грунт. Обобщен подход к расчету на случай периодически расположенного ряда параллельных труб;
3. Оценена погрешность предложенных приближённых методов решения задачи стационарного теплоотвода от сферического тела, одиночной трубы, ряда труб, проложенных в грунте;
4. Разработаны алгоритмы практического применения полученных решений задачи стационарного теплоотвода для сферического тела, одиночной трубы и ряда труб в грунте для инженерных расчетов;
5. Предложен вариант применения обогрева теплицы подземным трубопроводом. В случае применения предлагаемого решения общая цена составит 526 000 руб., что на 47,5 % дешевле применяемого решения по обогреву теплицы без заглубленного трубопровода;

Рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы исследования диссертационной работы: дополнить математический аппарат возможностью

расчёта трубопроводов с теплоизоляцией; изучить особенности распределения тепла при использовании грунта с неравномерной плотностью.

```
//Код программы на языке C++
// Alone_pipe_under_ground - расчет теплового потока для одиночной трубы в
грунте.
//
#include <iostream>;
#include <cmath>;
#include <iomanip>
#include <string>

int main()
{
    double pi = 3.14; //Pi
    double ba; // Глубина закапывания (до центра трубы) , м
    double lamda; //Коэф. Теплопроводности , Вт/(м*К)
    double a; //Коэффициент теплопередачи, Вт(м2*К)
    double d; //Внешний диаметр трубы, мм
    double Ttr = 120; //Температура трубы , °С
    double Tokr = 25; //Температура воздуха , °С

    double dT, Q, p0, h, b, r;

    double x0=0 ; //расстояние в м по оси X
    double x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8; //расстояние в м по оси X

    double q0, q1, q2, q3, q4, q5, q6, q7, q8;
    double Tx0, Tx1, Tx2, Tx3, Tx4, Tx5, Tx6, Tx7, Tx8;

    std::cout << "enter the pipe diameter, m (fractional number) example 0.060: ";
    std::cin >> d;
```

```

std::cout << "enter the depth of the pipe instillation, m (fractional number) example
0.035: ";
std::cin >> ba;
std::cout << "enter the Heat transfer coefficient, W/(m*K) (fractional number) example
0.05: ";
std::cin >> lamda;
std::cout << "enter the Heat transfer coefficient, W(m2*K)(fractional number) example
10: ";
std::cin >> a;
std::cout << "enter the Pipe temperature, °C (fractional number) example 120: ";
std::cin >> Ttr;
std::cout << "enter the Ambient temperature, °C (fractional number) example 25: ";
std::cin >> Tokr;
std::cout << "distance on the ground surface from the pipe axis to the calculated point
(on the X-axis). Point 1, m (fractional number): ";
std::cin >> x1;
std::cout << "distance on the ground surface from the pipe axis to the calculated point
(on the X-axis). Point 2, m (fractional number): ";
std::cin >> x2;
std::cout << "distance on the ground surface from the pipe axis to the calculated point
(on the X-axis). Point 3, m (fractional number): ";
std::cin >> x3;
std::cout << "distance on the ground surface from the pipe axis to the calculated point
(on the X-axis). Point 4, m (fractional number): ";
std::cin >> x4;
std::cout << "distance on the ground surface from the pipe axis to the calculated point
(on the X-axis). Point 5, m (fractional number): ";
std::cin >> x5;
std::cout << "distance on the ground surface from the pipe axis to the calculated point
(on the X-axis). Point 6, m (fractional number): ";

```

```

std::cin >> x6;
std::cout << "distance on the ground surface from the pipe axis to the calculated point
(on the X-axis). Point 7, m (fractional number): ";
std::cin >> x7;
std::cout << "distance on the ground surface from the pipe axis to the calculated point
(on the X-axis). Point 8, m (fractional number): ";
std::cin >> x8;

r = d / 2;
dT = Ttr - Tokr;

b = ba + lamda / a;
p0 = b / r + sqrt(pow((b / r), 2) - 1);
Q = 2 * pi*lamda*dT / log(p0);
h = sqrt(pow(b, 2) - pow(r, 2));

q0 = Q * h / pi / (pow(x0, 2) + pow(h, 2));
q1 = Q * h / pi / (pow(x1, 2) + pow(h, 2));
q2 = Q * h / pi / (pow(x2, 2) + pow(h, 2));
q3 = Q * h / pi / (pow(x3, 2) + pow(h, 2));
q4 = Q * h / pi / (pow(x4, 2) + pow(h, 2));
q5 = Q * h / pi / (pow(x5, 2) + pow(h, 2));
q6 = Q * h / pi / (pow(x6, 2) + pow(h, 2));
q7 = Q * h / pi / (pow(x7, 2) + pow(h, 2));
q8 = Q * h / pi / (pow(x8, 2) + pow(h, 2));

Tx0 = Tokr + q0 / a;
Tx1 = Tokr + q1 / a;
Tx2 = Tokr + q2 / a;
Tx3 = Tokr + q3 / a;

```

$T_{x4} = T_{okr} + q_4 / a;$

$T_{x5} = T_{okr} + q_5 / a;$

$T_{x6} = T_{okr} + q_6 / a;$

$T_{x7} = T_{okr} + q_7 / a;$

$T_{x8} = T_{okr} + q_8 / a;$

```
//std::cout << "q0: " << q0 << "\n";
```

```
//печать таблицы результатов
```

```
// Установим выравнивание по левому краю и фиксированную ширину
```

```
std::cout << std::left; // все поля — по левому краю
```

```
std::cout << std::setw(6) << "NN"
```

```
    << std::setw(20) << "Size on X, m"
```

```
    << std::setw(20) << "qp(x), Wt/m"
```

```
    << std::setw(20) << "t0(x), °C" << "\n";
```

```
std::cout << std::string(45, '=') << "\n";
```

```
// Данные
```

```
struct table { int id; double scX; double scq; double sct; };
```

```
table result[] = {
```

```
    {1, x0, q0, Tx0},
```

```
    {2, x1, q1, Tx1},
```

```
    {3, x2, q2, Tx2},
```

```
    {4, x3, q3, Tx3},
```

```
    {5, x4, q4, Tx4},
```

```
    {6, x5, q5, Tx5},
```

```
    {7, x6, q6, Tx6},
```

```
    {8, x7, q7, Tx7},
```

```

    {9, x8, q8, Tx8}
};

for (const auto& s : result) {
    std::cout << std::setw(6) << s.id
        << std::setw(20) << s.scX
        << std::setw(20) << s.scq
        << std::setw(20) << std::fixed << std::setprecision(2) << s.sct << "\n";
}
}

```

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2026618567

Программа для получения расчета теплового потока
для одиночно проложенной трубы в грунте

Правообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "КАЗАНСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ" (RU)**

Авторы: **Уткин Максим Олегович (RU), Якимов Николай
Дмитриевич (RU), Дмитриев Андрей Владимирович (RU),
Бадретдинова Гузель Рамилевна (RU)**



Заявка № 2026617325

Дата поступления 19 марта 2026 г.

Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ 26 марта 2026 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 00a570e4f7add8d531b4b8818e75f29506
Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 04.09.2025 по 28.11.2026

Ю.С. Зубов

«11» 05 2026

АКТ

о практическом использовании результатов исследований аналитического моделирования теплоотвода в грунте от нагретых источников

Комиссия в составе представителей АО НИЦ «Инкомсистем» в лице:

Начальника отдела ПНР ДАСУ Лизунина М.И.
(фамилия, имя, отчество, должность)

Руководителя группы Корчагина А.Е.
(фамилия, имя, отчество, должность)

Инженера ОПНР ДАСУ. Пигалина А.А.
(фамилия, имя, отчество, должность)

Представителей кафедры АТПП ФГБОУ ВО КГЭУ:

Зав.кафедрой Дмитриева А.В.
(фамилия, имя, отчество, должность)

аспиранта Уткина М.О.
(фамилия, имя, отчество, должность)

провели слушание доклада аспиранта кафедры АТПП Уткина М.О. по теме «Аналитическое моделирование теплоотвода в грунте от нагретых источников». В ходе выступления, Уткиным М.О. были представлены следующие результаты исследований:

1. построение приближённо-аналитического решения задачи стационарного теплоотвода от сферического тела, расположенного в полупространстве грунта, с учётом конвективного теплообмена на поверхности грунта.

2. приближённо-аналитическая модель теплоотвода от одиночной горизонтальной цилиндрической трубы, заложенной в грунт. Обобщен подход к расчету на случай периодически расположенного ряда параллельных труб;

3. оценена погрешность предложенных приближённых методов решения задачи стационарного теплоотвода от сферического тела, одиночной трубы, ряда труб проложенных в грунте;

4. выполнено численное моделирование тепловых полей в грунте с использованием программного комплекса ANSYS Fluent для одиночной трубы проложенной в грунте.

5. разработаны алгоритмы практического применения полученных решений по решению задачи стационарного теплоотвода (для шара, одиночной трубы и ряда труб в грунте) для инженерных расчетов.

По результатам слушания комиссия постановила, что представленные методики, результаты математического моделирования, а также алгоритмы по решению задачи стационарного теплоотвода приемлемы для использования в рамках инженерных расчетов. Выданы следующие рекомендации для последующих исследований:

1. Дополнить математический аппарат с учетом использования теплоизоляции трубопроводов;

2. Исследовать процесс образования отложений на стенках труб при использовании паропроводов.

3. Исследовать теплораспределение при использовании не равномерно уплотненного грунта.

Представители:

От АО НИЦ «Инкомсистем»

Начальник ОПНР ДАСУ
(должность)

(подпись)

М.И. Лизунин

(расшифровка подписи Ф.И.О.)

Руководитель группы
(должность)

(подпись)

А.Е. Корчагин

(расшифровка подписи Ф.И.О.)

Инженер ОПНР ДАСУ
(должность)

(подпись)

А.А. Пигалин

(расшифровка подписи Ф.И.О.)

От ФГБОУ ВО КГЭУ:

Зав.кафедрой АТПП
(должность)

(подпись)

А.В. Дмитриев

(расшифровка подписи Ф.И.О.)

Аспирант
(должность)

(подпись)

М.О. Уткин

(расшифровка подписи Ф.И.О.)

Список сокращений и условных обозначений

В настоящей выпускной квалификационной работе применяют следующие термины с соответствующими определениями:

Используемое сокращение	Полное наименование
АЭС	Атомная электрическая станция
ВГП	Водогазопроводная
ВИЭ	Возобновляемый источник энергии
ДЭС	Дизельная электрическая станция
КПД	Коэффициент полезного действия
НИТ	Низкопотенциальный источник тепла
ПО	Программное обеспечение
ПТ	Промежуточный теплообменник
ППУ	Пенополиуретан
РФ	Российская Федерация
СПЭНЭ	Сверхпроводящий электромеханический накопитель энергии
ТЭК	Топливо-энергетический комплекс
ТН	Тепловой насос
ТНУ	Теплонасосная установка
ТЭН	Термоэлектронагреватель
ТЭЦ	Теплоэлектроцентраль
ШИМ	Широтно-импульсная модуляция
ЦБ	Центробанк
ЭВМ	Электронная вычислительная машина
USB	(Universal Serial Bus) универсальная последовательная шина
ST	(Structured Text) язык программирования «структурированный текст»
TFT LCD	(Thin-Film Transistor Liquid Crystal Display) жидкокристаллический дисплей с активной матрицей

Библиографический список

1. Юдаев И.В., Попов М.Ю., Попова Р.В. Автономная теплица, функционирующая на возобновляемых энергоресурсах // Вестник аграрной науки Дона. - 2020. - №1 (49). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/avtonomnaya-teplitsa-funktsioniruyuschaya-na-vozobnovlyaemyh-energoresursah> (дата обращения: 19.03.2025).
2. Першакова Т. В., Купин Г. А., Яковлева Т. В., Чернявская Ю. Н., Котвицкая Д. В. ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ОВОЩЕВОДСТВА В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ // Научный журнал КубГАУ. 2024. №199.
3. Тактарова С. В., Солдатова С. С. Современные тенденции и направления развития овощеводства в целях обеспечения продовольственной безопасности страны // АБУ. 2024. №7.
4. Дорохов А.С., Старостин И.А., Чилингарян Н.О., Дорохов А.А. Состояние и перспек-тивы развития овощеводства закрытого грунта в Российской Федерации // Аграрная Россия. - 2019. - № 10. - С. 45-48.
5. Носников В. В., Селищева О. Александровна, Севрук Татьяна Дмитриевна, Синявская Софья Ивановна ОПЫТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ВЫРАЩИВАНИЯ ПОСАДОЧНОГО МАТЕРИАЛА ХВОЙНЫХ ПОРОД С ЗАКРЫТОЙ КОРНЕВОЙ СИСТЕМОЙ В ПОЛНОСТЬЮ КОНТРОЛИРУЕМЫХ УСЛОВИЯХ // Труды БГТУ. Серия 1: Лесное хозяйство, природопользование и переработка возобновляемых ресурсов. 2025. №2 (294).
6. Карпов В. А., Соргутов И. В. ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ ПРОМЫШЛЕННОЙ ТЕПЛИЦЫ // Вестник науки. 2024. №6 (75).
7. Александр Александрович Блажнов РЕСУРСОСБЕРЕГАЮЩИЕ ФЕРМЕРСКИЕ ТЕПЛИЦЫ ПОСТРОЕЧНОГО ИЗГОТОВЛЕНИЯ // Агротехника и энергообеспечение. 2024. №2 (43).

8. Каун О.Ю., Обоснование параметров микроклимата сооружений защищенного грунта / О.Ю. Каун, И.Н. Озеров // Инновации в сельском хозяйстве. - 2017. - № 3 (24). - С. 49-52.

9. Волхонов М.С., Габалов С.Л., Иванов С.В., Смирнов И.А., Джумалиев К.А. Система автоматического управления микроклиматом малогабаритной теплицы защищенного грунта с применением микроконтроллера // Актуальные проблемы науки в агропромышленном комплексе: сборник статей 66-й Международной научно-практической конференции: в 3 т. Костромская ГСХА. - Кострома, 2015. - С. 91-95.

10. Смашевский Н.Д. Экология фотосинтеза // Астраханский вестник экологического образования. - 2014. - №2 (28). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ekologiya-fotosinteza> (дата обращения: 19.03.2025).

11. Ковалев М. С., Корсакова С. П. ОСОБЕННОСТИ СУТОЧНОЙ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРОВ ГАЗООБМЕНА НЕКОТОРЫХ ВЕЧНОЗЕЛЁНЫХ ЛИСТВЕННЫХ ДРЕВЕСНЫХ РАСТЕНИЙ // Бюллетень ГНБС. 2024. №151. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-sutochnoy-dinamiki-parametrov-gazoobmena-nekotoryh-vechnozelyonyh-listvennyh-drevesnyh-rasteniy> (дата обращения: 09.01.2026).

12. Лукомец В. М., Тишков Н. М., Трунова М. В. Методика проведения агротехнических исследований в опытах с сахарной свёклой // Масличные культуры. 2024. №2 (198).

13. Смашевский Н.Д. Фотосинтез и экология. Учебное пособие // Астраханский государственный университет, Издательский дом «Астраханский университет» г. Астрахань. - 2012.- 164 с.

-
14. Капитонова Т.А., Стручкова Г.П., Николаева М.В., Слепцов О.И. Тепловое влияние подземного трубопровода на окружающие мерзлые грунты // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. -2015. - № 8-1. - С. 9-12. URL: <https://applied-re-search.ru/ru/article/view?id=7029> (дата обращения: 19.03.2025).
15. Шундалов Б. М. Экономическая эффективность производства и реализации овощей защищенного грунта // Вестник Белорусской государственной сельскохозяйственной академии. 2017. №2.
16. Накоряков В. Е., Елистратов С. Л. Передовые схемные решения теплонасосных установок // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2007. №11-12.
17. Каркин М. А. и др. Геотермальная энергия //ББК 74.58 Н 34. - 2015. - С. 52.
18. Перспективы совместного использования субтермальных подземных вод для теплофикации и водоснабжения в западных районах Новосибирской области. - Отчет ОАО «Новосибирскгеология», гос. регистрационный № 22-02-19/1. - Новосибирск, 2003. - 127с.
19. Пляскина Н.И. Оценка эффективности использования тепловых насосов на основе потенциала геотермальных вод Новосибирской области. - Теплоэнергетика. - 2004. - № 4. - С. 58-62.
20. Елистратов С.Л. Особенности использования теплового потенциала субтермальных подземных вод для создания теплонасосных систем теплоснабжения: Сб. материалов «Программа энергоэффективности и энергобезопасности Новосибирской области до 2020 года». - Вып. 1. - 2005. - Новосибирск. - С. 266-272.
21. Сучилин В. А., Кочетков А. С., Голиков С. А. Гибкие системы отопления и горячего водоснабжения на основе тепловых насосов //Евразийский союз ученых. - 2016. - №. 1-2. - С. 133-134.

22. Ротов П. В., Шарапов В. И. Техничко-экономическая оценка целесообразности применения теплонасосных установок в централизованных системах теплоснабжения // Промышленная энергетика. - 2015. - №. 6. - С. 6-11.

23 Филиппов С. П., Павлов П. П., Кейко А. В. и др. Экологические характеристики теплоисточников малой мощности. - Иркутск, 1999. - 48 с. (Препр. / ИСЭМ СО РАН; № 5 - 99.

24. Автономные теплоисточники на базе низкопотенциального (15-25 °С) тепла сточных вод / А.И. Бивалькевич, Ю.С. Борчевкин, С.Л. Елистратов и др. // Вестник «Энергосбережение и энергоэффективность экономики» (Приложение к журналу ТЭК и ресурсы Кузбасса). - 2005. - №2 /9. - С. 74-77.

25. Гречко Н. И., Залдастанишвили М. И., Инглизьян П. Н., Криворучко С. П., Марколия А. И., Сабо Е. П., Судак Н. М. КОНСТРУКЦИЯ МОДУЛЯ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРОВ, УТИЛИЗИРУЮЩИХ БРОСОВОЕ НИЗКОПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ТЕПЛО // АЭЭ. 2006. №7.

26. Михеев Г. В., Чубаров М. А., Яновская Э. Д., Левин Д. В., Мазур М. Д. СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ И ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ // Вестник евразийской науки. 2020. №3.

27. Закиров Д.Г., Петин Ю.М. Теплонасосные технологии в России // «Энергия и менеджмент» Белоруссия, 2004.

28. Бобров И.А., Захаров А.В. Применение тепловой энергии грунтового основания для отопления и кондиционирования зданий // Вестник Пермского государственного технического университета. Строительство и архитектура. -2011. - № 1.

29. Клюев Р. В. Повышение энергоэффективности угольных теплоэлектроцентралей за счет интеграции тепловых насосов в систему вакуумной деаэрации // Уголь. 2026. №1.

30. Geothermal heat pump systems of heat supply and the efficiency of their application in the climatic conditions of Russia: GP Vasiliev. [Electronic resource]. URL: https://www.abok.ru/for_spec/articles.php?nid=3685 (date of treatment 22.01.2024);

31. Геотермальные теплонасосные системы теплоснабжения и эффективность их применения в климатических условиях России: Г. П. Васильев. [Электронный ресурс] URL: https://www.abok.ru/for_spec/articles.php?nid=3685 (дата обращения 04.05.2025);

32. Kolechkina A.Yu., Zakharov A.V. Improving the energy efficiency of buildings through the use of horizontal heat exchanger systems // Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Construction and architecture. - 2016. - Т. 7, No. 1. - P. 112-122. DOI: 10.15593 / 2224-9826 / 2016.1.13.

33. Аверьянова О. В. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИХ МЕРОПРИЯТИЙ // Magazine of Civil Engineering. 2011. №5.

34. Паненко Н.Н., Скрябин А. Ю., Популиди К.К., Денисова А. В., Денисов В. В. Энергосбережение при очистке сточных вод населённых мест // ИВД. 2014. №2.

35. Бабокин Г. И., Луценко Ю. А. Оценка энергетического потенциала источников низкопотенциального тепла Тульской области // Известия ТулГУ. Технические науки. 2011. №6-1..

36. Ломсадзе З. Д., Мирианашвили Н. А., Везиришвили-Нозадзе К. О., Гамезардашвили Д. З., Дваладзе А. Д. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ В СИСТЕМАХ КОНДИЦИНИРОВАНИЯ ВОЗДУХА // Sciences of Europe. 2020. №60-1.

37. Половинкина Е.О. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ В СИСТЕМАХ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ // Материалы VI Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум» URL: <https://scienceforum.ru/2014/article/2014007781> (дата обращения: 09.01.2026).

38. Васильев Г.П. Теплоснабжение зданий и сооружений с использованием низкопотенциальной тепловой энергии поверхностных слоев Земли. М.: Изд-во «Красная звезда», 2006. 220 с.

39. Ильина Т. Н., Мухамедов Р. Ю., Вережкин О. В. Перспективы использования тепловых насосов в системах отопления малоэтажных жилых домов Белгородской области // Вестник БГТУ имени В. Г. Шухова. 2009. №3.

40. Степкин А. С., Пирогов Е. Н. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НИЗКОПОТЕНЦИАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ // Мировая наука. 2024. №1 (82).

41. Степанов О. А., Третьякова П. А., Аксенов Б. Г., Шаповал А. Ф. ЦЕНТРАЛИЗОВАННАЯ СИСТЕМА ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ С ТЕПЛОВЫМИ НАСОСАМИ // Известия вузов. Нефть и газ. 2016. №4.

42. Конева Н. С., Пискун И. М. СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ТЕПЛОНАСОСНОЙ ТЕХНИКИ // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Промышленность. Прикладные науки. 2015. №11.

43. Хибаткызы А., Котов Е. С. ОБЗОР ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ В СИСТЕМАХ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ ЗДАНИЙ // Вестник науки. 2025. №12 (93).

44. Шувалов Ю. В., Бобровников В. Н., Согрин Б. А., Ганшевский С. П. Тепло-хладоснабжение шахт и рудников с использованием низкопотенциальных источников тепла (холода) и фазовых переходов воды // ГИАБ. 1999. №4.

45. Дядькин Ю.Д. Основы горной теплофизики для шахт и рудников Севера. М., Недра, 1968, 265 с.

46. Шувалов Ю.В. Регулирование теплового режима шахт и рудников Севера. Ресурсосберегающие системы. Л., ЛГУ, 1988, 196 с.

47. Скуба В.Н., Шувалов Ю.В., Чабан П.Д. Эффективность использования природных ресурсов тепла и холода при регулировании теплового режима шахт и рудников Севера. Сб. Физические процессы горного производства. Л., ЛГИ, вып. 11, 1982, с.18-25.

48. Бобровников В. Н. Инженернофизическое обоснование систем кондиционирования рудничного воздуха на основе использования фазовых переходов. Автореферат диссертации... доктора технических наук. СП-б, Горный институт, 1996 , 37 с.

49. Закиров Д. Д. Утилизация низкопотенциального тепла источников в горной промышленности для теплоснабжения угольных шахт : Дис. ... канд. техн. наук : 25.00.20 : Пермь, 2003 121 с. РГБ ОД, 61:04-5/1397

50. Тихонов Сергей Игоревич, Ильин Александр Викторович, Лукьянов Юрий Николаевич, Перминов Андрей Леонидович, Хитров Александр Иванович Автономные энергетические установки малой мощности с использованием низкопотенциального тепла // Вестник Псковского государственного университета. Серия: Экономика. Право. Управление. 2013. №2.

51. Надергулов М. М., Исаков Р. Г. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В СЕТЯХ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ГЕНЕРАЦИЕЙ НА ОСНОВЕ ВИЭ // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2025.

52 Финиченко А. Ю., Полозкова А. П. КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД ПРИМЕНЕНИЯ СОЛНЕЧНОГО КОЛЛЕКТОРА И ТЕПЛООВОГО НАСОСА В УСЛОВИЯХ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР // Известия Транссиба. 2022. №1 (49).

53 Шуйский В. П., Алабян С. С., Морозенкова О. В. Возобновляемые источники энергии в первой половине XXI в // РСМ. 2012. №1.

54. Хоютанов А. М., Давыдов Г. И., Васильев П. Ф., Местников Н. П., Реев В. Г., Ачикасов Р. Р. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ СЕВЕРНЫХ И АРКТИЧЕСКИХ ТЕРРИТОРИЙ РЕСПУБЛИКИ САХА (ЯКУТИЯ) // Целостность и ресурс в экстремальных условиях. 2024. №1.

55. Sit M.L., Juravleov A.A., Frid S.E., Timchenko D.V., Denysova A.E., Uzun M. Control of Carbon Dioxide Bivalent Heat Pump on Heating of Buildings. Part II // Проблемы региональной энергетики. 2024. №4 (64). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/control-of-carbon-dioxide-bivalent-heat-pump-on-heating-of-buildings-part-ii> (дата обращения: 09.01.2026).

56. Виссарионов В. И., Кацай А. В., Дорошин А. Н., Дорошина А. В. Методика расчета энергетического комплекса для тепло- и электроснабжения автономного потребителя на базе возобновляемых источников энергии // СРРМ. 2012. №2 (71).

57. СП 315.1325800.2017. Тепловые сети бесканальной прокладки. Правила проектирования / Минстрой России. – М. : Стандартинформ, 2018. – 91 с.

58. СП 61.13330.2012. Тепловая изоляция оборудования и трубопроводов / Минрегион России. – М. : Минрегион России, 2012. – 98 с.

59. Калькулятор расчёта тепловпотерь трубопровода. Техстандарт. URL: <https://tech-stc.ru/system-calculators/heating-calculations-pipeline-heat-loss.php> (дата обращения: 19.01.2026).

60. Онлайн-калькулятор тепловпотерь трубопровода. МосОбогрев. URL: <https://mosobogrev.ru/calculator/> (дата обращения: 19.01.2026).

61. Строительные нормы и правила. Внутренний водопровод и канализация зданий. СНиП 2.04.01-85. МОСКВА 1997.

62. ГОСТ 32025-2012. Тепловая изоляция. Метод определения характеристик теплопереноса в цилиндрах заводского изготовления при стационарном тепловом режиме. – М. : Стандартинформ, 2014. – 24 с.

-
63. Логинов В. В. Повышение эффективности работы электрооборудования для систем поддержания микроклимата в сооружениях защищённого грунта: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.20.02. — Москва: [ВИЭСХ], 2016. — 20 с.
64. Шастунова У. Ю. Тепломассообмен в системе «горячий резервуар — основание — мёрзлый грунт»: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.14 / У. Ю. Шастунова; науч. рук. д. ф.-м. н., проф. А. А. Кислицын. — Тюмень, 2018. — 152 с.
65. Глухова З. Р. Обеспечение тепловой устойчивости магистральных трубопроводов, проложенных «самопогружением» с поверхности вечномёрзлых грунтов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 2.8.5 / З. Р. Глухова. — Уфа, 2025. — 24 с.
66. Половников В.Ю. Численный анализ влияния вида конструкций канальной тепловой сети на ее тепловые режимы и тепловые потери. Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2017;19(5-6):79-88.
67. Кузнецов Г.В., Половников В.Ю. Численное исследование тепловых режимов двухтрубных канальных теплопроводов с использованием кондуктивно-конвективной модели теплопереноса // Теплоэнергетика. 2012. № 4. С. 48–52.
68. Кузнецов Г.В., Половников В.Ю. Организация оптимальных режимов эксплуатации тепловых сетей на базе результатов решения сопряженных задач теплопереноса // Журнал СФУ. Техника и технологии. 2011. №5. С. 533–543.
69. Половников В.Ю., Хузеев В.А. Тепловые потери бесканальных теплотрасс в условиях промерзания грунта в зоне прокладки // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2012. №11-12. С. 64–71.
70. Гильманов А.Я., Ким А.С., Шевелёв А.П. Анализ влияния оребрения внешней поверхности термостабилизатора на эффективность охлаждения грунта // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. — 2024. — Т. 335. — № 11. — С. 44–53.

-
71. Экономидес М., Олайни Р., Валько П. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике / пер. с англ. И.И. Вафин. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. – 234 с.
72. Базаров А.А., Данилушкин А.И. Моделирование тепловых и гидравлических процессов в магистральном газопроводе // Известия ТПУ. 2017. – Т. 328. – № 6. – С. 81–90.
73. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599с.
74. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. Перевод со второго английского издания под редакцией профессора Померанцева А.А. – М.: Наука, 1964г. – 488с.
75. Крайнов А.Ю. Основы теплопередачи. Теплопередача через слой вещества : учеб. пособие.– Томск : STT, 2016. – 48 с.
76. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1975. – 488с.
77. Soussi A., Zero E., Ouammi A., et al. Smart greenhouse farming: a review towards near zero energy consumption // Discov Cities. 2025. Vol. 2. Art. 55. doi: 10.1007/s44327-025-00096-w.
78. Тепличная отрасль – 2025 // APK-news.ru: сайт новостей агропромышленного комплекса Юга и Кавказа; 28 апр. 2025. Сочи; 2025. Доступно по: <https://www.apk-news.ru/teplichnaya-otrasl-2025/>. Ссылка активна на 18 июля 2025.
79. Sun W., Wei X., Zhou B., Lu C., Guo W. Greenhouse heating by energy transfer between greenhouses: system design and implementation // Applied Energy. 2022. Vol. 325. Art. 119815. doi: 10.1016/j.apenergy.2022.119815.
80. Соковицова А.В. Повышение эффективности энергосбережения отопительно-вентиляционными установками защищенного грунта с применением в системе управления логических контроллеров // Вестник Ижевской государственной сельскохозяйственной академии. 2009. № 3–4(20–21). С. 48–49.

81. Б. Г. Климов, Т. В. Бирагов, Л. И. Матвеев, Е. В. Гуриева Использование низкопотенциальной тепловой энергии воды, грунта и воздуха в Республике Северная Осетия // Вестник Владикавказского НЦ РАН. 2006. №4.

82. Boyacı S., Kocięcka J., Jagosz B., Atılğan A. Energy efficiency in greenhouses and comparison of energy sources used for heating // *Energies*. 2025. Vol. 18, N3. Art. 724. doi: 10.3390/en18030724.

83. Ahamed M.S., Guo H., Tanino K. Energy saving techniques for reducing the heating cost of conventional greenhouses // *Biosystems Engineering*. 2019. Vol. 178. pp. 9–33. doi: 10.1016/j.biosystemseng.2018.10.017.

84. Cuce E., Harjunowibowo D., Cuce P.M. Energy use in greenhouses in the EU: a review recommending energy-efficiency measures and renewable-energy adoption // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12, N10. Art. 5150. doi: 10.3390/app12105150.

85. Seo Y., Seo U.-J. Ground source heat pump (GSHP) systems for horticulture greenhouses adjacent to highway interchanges: a case study in South Korea // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2021. Vol. 135. Art. 110194. doi: 10.1016/j.rser.2020.110194.

86. Prieto J., Ajnannadhif R.M., Fernández-del-Olmo P. Integration of a heating and cooling system driven by solar thermal energy and biomass for a greenhouse in Mediterranean climates // *Applied Thermal Engineering*. 2023. Vol. 221. Art. 119928. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2022.119928.

87. Huang T., Li H., Zhang G., Xu F. Experimental study on biomass heating system in the greenhouse: a case study in Xiangtan, China // *Sustainability*. 2020. Vol. 12, N14. Art. 5673. doi: 10.3390/su12145673.

88. Ghaderi M., Reddick C., Sorin M. A systematic heat recovery approach for designing integrated heating, cooling and ventilation systems for greenhouses // *Energies*. 2023. Vol. 16, N14. Art. 5493. doi: 10.3390/en16145493.

89. Nishad S., Krupa I. Phase change materials for thermal energy storage applications in greenhouses: a review // Sustainable Energy Technologies and Assessments. 2022. Vol. 52. Art. 102241. doi: 10.1016/j.seta.2022.102241.

90. Tahery D., Roshandel R., Avami A. An integrated dynamic model for evaluating the influence of ground-to-air heat transfer system on heating, cooling and CO₂ supply in greenhouses // Renewable Energy. 2021. Vol. 173. pp. 42–56. doi: 10.1016/j.renene.2021.03.120.

91. Кириченко А. С. Повышение эффективности работы подземного теплового аккумулятора // Научный журнал КубГАУ. 2014. №103.

92. Adesanya M.A., Rabiou A., Ogunlowo Q.O., et al. Experimental evaluation of hybrid renewable and thermal energy storage systems for a net-zero energy greenhouse: a case study of Yeoju-Si // Energies. 2025. Vol. 18, N10. Art. 2635. doi: 10.3390/en18102635.

93. Zhang X., Li Y., Wang P. Thermo-economic analysis of a low-cost greenhouse thermal solar plant with seasonal energy storage // Energy Conversion and Management. 2023. Vol. 276. Art. 116626. doi: 10.1016/j.enconman.2023.116626.

94. van der Stelt A., Rouwette N., Bloemendal J. Aquifer thermal energy storage for low-carbon greenhouse heating in the Netherlands // Applied Energy. 2024. Vol. 331. Art. 120545. doi: 10.1016/j.apenergy.2023.120545.

95. Fan M., Ding Y., Liang X. Molten salts tanks thermal energy storage: aspects to consider for renewable integration // Energies. 2022. Vol. 17, N1. Art. 22. doi: 10.3390/en17010022.

96. Reimann T., Neldner K. A perspective on high-temperature heat storage using liquid metal as heat-transfer fluid // Energy Storage. 2023. Vol. 3. Art. e530. doi: 10.1002/est2.530.

97. . Li S., Chen H., Wang J. Modeling and implementation of multilayer insulation for small-scale high-temperature thermal energy storage tank // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2024. Vol. 214. Art. 124567. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.124567.

98. Смоленцев Н.И., Кондрин С.А. Сверхпроводящий электрокинетический накопитель энергии для локальных электрических сетей // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2017. Т. 19. № 3–4. С. 53–60.

99. Сердечный Д.В., Томашевский Ю.Б. Особенности эксплуатации накопителя энергии на базе многоэлементной литий-ионной аккумуляторной батареи // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2017. Т. 19. № 9–10. С. 140–145.

100. Федотов А.И., Федотов Е.А., Абдуллазянов А.Ф. Использование электрохимических накопителей энергии в системах автономного электроснабжения для снижения расхода топлива энергоустановок // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2021. Т. 23. № 1. С. 3–17. doi: 10.30724/1998-9903-2021-23-1-3-17.

101. Смоленцев Н.И., Бондарева В.Ю. Результаты разработки и экспериментальных исследований накопительного комплекса с накопителем энергии СПЭНЭ-1 // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2024. Т. 26. № 6. С. 121–131. doi: 10.30724/1998-9903-2024-26-6-121-131.

102. Авторское свидетельство № 1498431 А1 СССР, МПК А01G 13/06. Способ обогрева теплицы: № 4096854: заявл. 07.08.1986: опубл. 07.08.1989 / Р.Б. Ахмедов, В.П. Грицына, Э.И. Дрындрожик, А.Д. Передерий; заявитель Государственный научно-исследовательский энергетический институт им. Г.М. Кржижановского.

103. Патент № 2723036 С1 Российская Федерация, МПК А01G 9/24. Тепличное устройство с обогревом почвы: № 2019114890: заявл. 12.05.2019: опубл. 08.06.2020 / В.В. Белов, Е.Л. Белов, С.В. Белов, Д.В. Лукина, М.В. Белова, А.Ю. Маткин, Р.В. Гасанов.

104. Емельянова Е.В., Вицков В.В. Автономные энергоснабжения теплиц с применением возобновляемых источников энергии // Наука и молодёжь: новые идеи и решения. 2016 г. С. 302 – 304.

105. Юдаев И.В., Попов М.Ю., Попова Р.В. Автономная теплица, функционирующая на возобновляемых энергоресурсах // Вестник аграрной науки Дона. 2020 г. №. 1 (49). С. 33 – 42.

106. Смаилов Э.А., Темирбаева Н.Ы., Нарымбетов М.С. Технология энергоснабжения малых сельхозформирований с использованием возобновляемых источников энергии // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2018 г. №. 5-1. С. 43 – 48.

107. Просвирина И. С., Максимова Д. П. Методы интенсификации тепла солнечной энергии грунтом // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. 2019. №4 (30).

108. Алексеев А.М. Система обогрева теплиц на базе возобновляемых источников энергии // Научному прогрессу-творчество молодых. 2015. С. 223 – 224.

109. Патент на полезную модель № 167334 U1 Российская Федерация, МПК А01G 9/24. Установка для отопления теплицы: № 2016107466: заявл. 01.03.2016: опубл. 10.01.2017 / А.М. Алексеев, Е.М. Онучин; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Поволжский государственный технологический университет».

110. Циглевкина К.Н., Черных Д.О., Ташлыков О.Л. Возможность применения сбросной теплоты АЭС в тепличном хозяйстве // Перспективные энергетические технологии. Экология, экономика, безопасность и подготовка кадров-2016: материалы науч.-практ. конф., Екатеринбург. 2016 г. Т. 11. С. 176 – 177.

111. Гаврилов Д.А., Манаенков И.В. Использование тепловой энергии атомных электростанций в целях развития тепличного хозяйства // Инновационная наука. 2023 г. №. 4-2. С. 60 – 64.

112. Иванов Е.А., Носовский А.В., Чабан Н.Г. Возможность использования продукции тепличного хозяйства г. Припяти // Атомная энергия. 1997 г. Т. 82. №. 3. С. 226 – 233.

113. Ведерников В.В. Теория фильтрации и её применение в области ирригации и дренажа. М.–Л. Госстройиздат, 1939. 248 с.

114. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. Изд е 2-е. ГР Ф-МЛ «Наука», М. 1977. 664 с.

115. Официальные курсы валют на заданную дату, устанавливаемые ежедневно URL: https://cbr.ru/currency_base/daily/ (дата обращения: 20.12.2025).

116. Минимакс. Каталог товаров. Труба стальная ВГП (водогазопроводная) Ду 50х3,5мм (Дн 60,0) ГОСТ 3262-75. URL: <https://www.minimaks.ru/product/trubastal-vodogazoprovodnaya-obyknovennaya-du-50-dn-60-0kh3-5-gost-3262-75/?ysclid=mjfh3zahxl251032331> (дата обращения: 20.12.2025).

117. Минимакс. Каталог товаров. Труба стальная ВГП (водогазопроводная) Ду 50х3,5мм (Дн 60,0) ГОСТ 3262-75. URL: <https://www.minimaks.ru/product/trubastal-vodogazoprovodnaya-obyknovennaya-du-50-dn-60-0kh3-5-gost-3262-75/?ysclid=mjfh3zahxl251032331> (дата обращения: 20.12.2025).